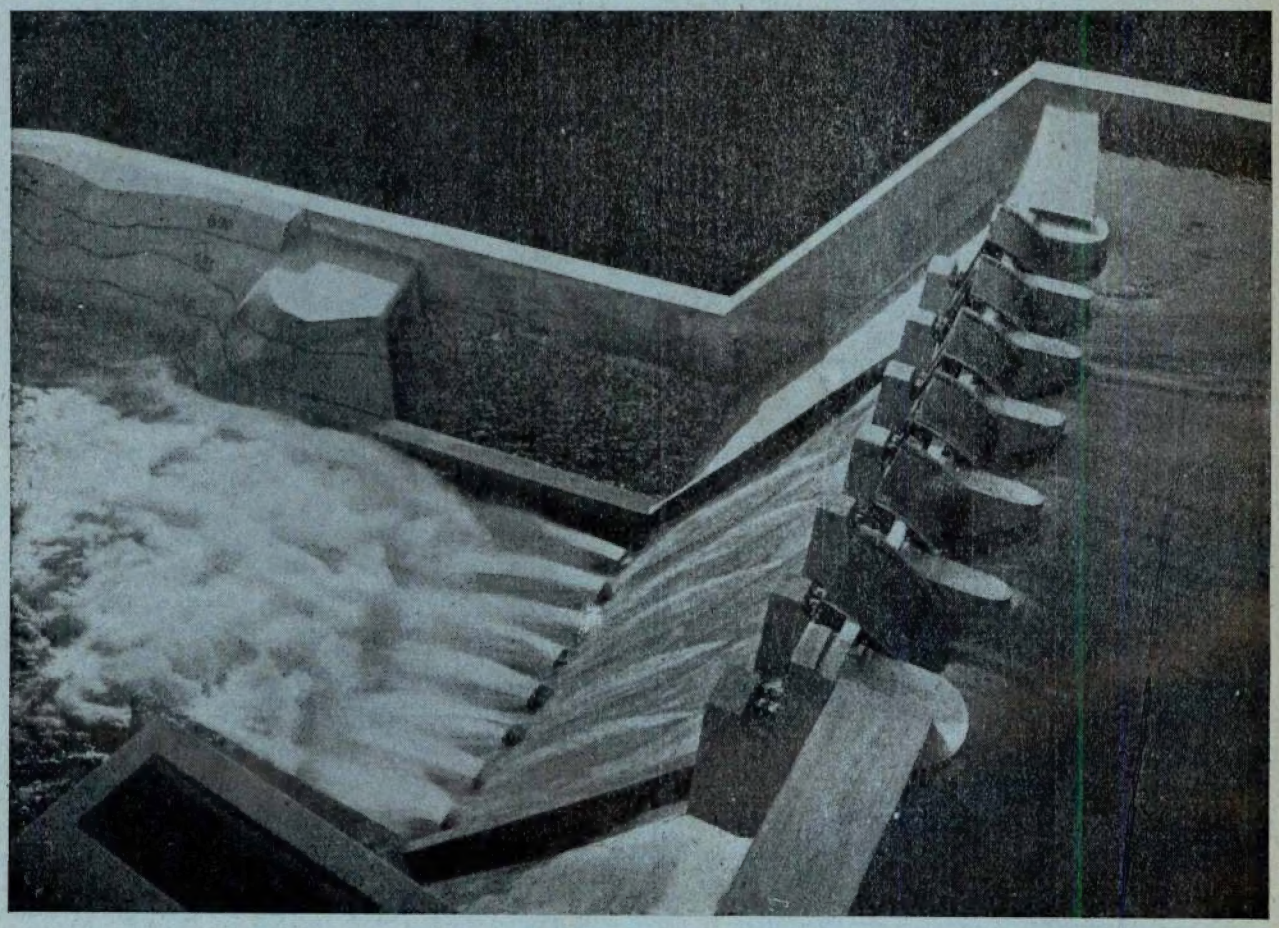
LABORATOIRE DAUPHINOIS D'HYDRAULIQUE

GRENOBLE

HIDRÁULICA FLUVIAL E MARÍTIMA — QUEDAS DE ÁGUA

Determinação económica das obras — Desassoreamentos
Aproveitamento dos rios — Eclusas
Utilização da energia das marés
Estudos de portos, de ancoradouros — Docas secas
Protecção do litoral — Estabilidade das praias.



BARRAGEM DE GRANDVAL

Estudo sobre modelo reduzido da dispersão da energia no pé da barragem.
Descarga de uma cheia de 1.900 m/3sec sobre a barragem.

EM PORTUGAL:

LABORATÓRIO DE HIDRÁULICA
NA AMADORA

"NEYRPIC"

R. Vice-Almirante João António de Azevedo Coutinho
AMADORA Telef. VENDA NOVA 48

Dimensões mais económicas de um refrigerante em contra-corrente

PELO ENG.º QUÍMICO-INDUSTRIAL LUÍS A. DE ALMEIDA ALVES
Prof. do I. S. T.

C. D. 621.565.931.1.003

Sejam θ'_2 e θ'_1 as temperaturas inicial e final do fluido a arrefecer e θ''_1 e θ''_2 as do fluido refrigerante (por se tratar de contra-corrente).

As dimensões mais económicas correspondem ao caso em que a soma D do custo anual do fluido refrigerante com os encargos sobre o preço inicial tem um valor mínimo.

Sejam:

- w', w'' — Caudais em peso do fluido a arrefecer e do fluido refrigerante (Kg/h)
- C', C'' — Calores específicos respectivos ($gC.Kg^{-1}.grau^{-1}$)
- P — Preço do fluido refrigerante (escudos/Kg)
- Y — Número de horas de trabalho por ano (horas)
- P_t — Preço do refrigerante (esc./m^2)
- a, b — Fracções de amortização e juro e de conservação e reparações gerais
- S — Superfície média do refrigerante (m^2)
- K_c — Coeficiente de transmissão de calor ($gC.m^{-2}\ hora^{-1}\ grau^{-1}$)
- Δ_m — média logarítmica de $\Delta\theta_2$ e $\Delta\theta_1$ ($\Delta\theta_2 = \theta'_2 - \theta''_2$, $\Delta\theta_1 = \theta'_1 - \theta''_1$)

Será

$$D = w''YP + (a + b)\,SP_t$$

Mas, por outro lado, a quantidade de calor transmitida é, como se sabe,

$$\left(\frac{dQ}{dt}\right) = K_c S\Delta_m = w''\,C''\,(\theta''_2 - \theta''_1) = w'\,C'\,(\theta'_2 - \theta'_1)$$

Este sistema de duas equações, a 3 incógnitas, w'', S e θ''_2 (visto que em Δ_m só θ''_2 não é conhecido) vai permitir determinar w'' e S em função de θ''_2:

$$w'' = \frac{w'\,C'\,(\theta'_2 - \theta'_1)}{C''\,(\theta''_2 - \theta''_1)}$$

$$S = \frac{w'\,C'\,(\theta'_2 - \theta'_1)}{K_c\,\Delta_m}$$

Ter-se-á, portanto:

$$D = w'\,C'\,(\theta'_2 - \theta'_1)\left[\frac{YP}{C''\,(\theta''_2 - \theta''_1)} + \frac{(a+b)\,P_t}{K_c\,\Delta_m}\right]$$

$$= \frac{w'\,C'\,(\theta'_2 - \theta'_1)\,(a+b)\,P_t}{K_c}\left(\frac{\beta}{\theta''_2 - \theta''_1} + \frac{1}{\Delta_m}\right)$$

sendo

$$\beta = \frac{YPK_c}{C''\,(a+b)\,P_t}$$

Como o primeiro factor é constante, terá de ser nula a derivada do segundo, isto é:

$$\frac{\beta}{(\theta''_2 - \theta''_1)^2} + \frac{1}{\Delta^2_m}\cdot\frac{d\Delta_m}{d\,\theta''_2} = 0$$

Mas

$$\Delta_m = \frac{\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1}{\log\dfrac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1}}$$

Logo,

$$\frac{d\Delta_m}{d\theta''_2} = \frac{d\Delta_m}{d\Delta\theta_2} \cdot \frac{d\Delta\theta_2}{d\theta'_2} =$$

$$= - \frac{\log \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} - (\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1) \cdot \frac{\Delta\theta_1}{\Delta\theta_2} \cdot \frac{1}{\Delta\theta_1}}{\left(\log \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1}\right)^2}$$

Portanto,

$$\frac{\frac{d\Delta_m}{d\theta''_2}}{\Delta^2_m} = - \frac{\log \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} - \frac{\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1}{\Delta\theta_2}}{(\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1)^2}$$

Substituindo e notando que

$$\theta''_2 = \theta'_2 - \Delta\theta_2,$$

vem

$$\frac{\beta}{(\theta'_2 - \theta''_1 - \Delta\theta_2)^2} + \frac{1}{\Delta\theta_2(\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1)} =$$

$$= \frac{\log \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1}}{(\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1)^2},$$

ou

$$\frac{\beta}{(\theta'_2 - \theta''_1 - \Delta\theta_2)^2} + \frac{1}{\Delta\theta_2(\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1)} =$$

$$= \frac{2{,}3 \log_{10} \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1}}{(\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1)^2}$$

Esta equação resolve-se gràficamente fazendo a representação gráfica dos dois membros e determinando o ponto de cruzamento das duas curvas.

Para facilitar essa representação gráfica pode notar-se o seguinte:

1) A curva $\frac{\beta}{(\theta'_2 - \theta''_1 - \Delta\theta_2)^2}$ cresce com $\Delta\theta_2$ e tem sempre a concavidade voltada para cima.

2) A curva $\frac{1}{\Delta\theta_2(\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1)}$ é crescente para $\Delta\theta_2 < \frac{\Delta\theta_1}{2}$ e decrescente para $\Delta\theta_2 > \frac{\Delta\theta_1}{2}$, tomando o valor de $\pm\infty$ para $\Delta\theta_2 = \Delta\theta_1$.

A concavidade é voltada para baixo ou para cima conforme $\Delta\theta_2 < \Delta\theta_1$ ou $\Delta\theta_2 > \Delta\theta_1$.

3) A curva $\frac{2{,}3 \log_{10} \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1}}{(\Delta\theta_2 - \Delta\theta_1)^2}$ é crescente para $\Delta\theta_2 < \frac{\Delta\theta_1}{3}$ e decrescente para $\Delta\theta_2 > \frac{\Delta\theta_1}{3}$ (sendo este valor aproximado), tomando o valor $\pm\infty$ para $\Delta\theta_2 = \Delta\theta_1$.

DESMULTIPLICAÇÃO DE FREQUÊNCIA NO CIRCUITO OSCILANTE COM BOBINA DE NÚCLEO DE FERRO SATURADO

PELO ENG.º ELECTROTÉCNICO MANUEL JOSÉ DE ABREU FARO

1.º Assistente do I. S. T.

C. D. 621.318.3.018.41

O presente trabalho, em que estudamos a desmultiplicação de frequência num circuito com ferro, dá continuidade a outro publicado nos números 200, 202 e 203 desta revista onde, então, considerámos o regime forçado do mesmo circuito.

A parte experimental deste trabalho realizou-se no Laboratório de Medidas Eléctricas do Instituto Superior Técnico durante o 1.º semestre de 1951.

Estuda-se no presente trabalho a desmultiplicação de frequência no circuito oscilante com bobina de núcleo de ferro saturado, o que consiste em manter com uma tensão alternada sinusoidal de pulsação ω uma oscilação permanente de pulsação $\frac{\omega}{n}$, $n>1$.

Tem-se observado nestes circuitos desmultiplicações de diversas ordens, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ etc., e ainda de ordem $\frac{p}{q}$, (p, q) inteiros.

Neste trabalho estudamos em profundidade a desmultiplicação de ordem 1/3 cujo estudo pode servir de base para a análise de qualquer outra de ordem ímpar.

A desmultiplicação de ordem par, segundo nos parece poder concluir de experiências feitas com a sub-harmónica 1/2, faz-se acompanhar duma componente contínua no fluxo o que distingue os dois tipos de desmultiplicação e implica uma análise diferente, não a consideramos agora.

Um outro problema que acompanha a desmultiplicação de frequência no ferro, é o processo de obter as referidas sub-harmónicas as quais não se manifestam expontâneamente.

Sem considerar os motivos por que não se podem obter expontâneamente as sub-harmónicas, R. Dehors estabeleceu um processo prático de as obter em regime permanente.

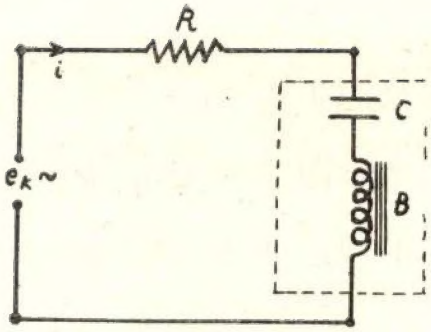
No presente trabalho consideramos o facto, tendo-se procedido a uma classificação sumária e não completa dos regimes permanentes no ferro; a partir do conhecimento do domínio de existência da referida sub-harmónica discutimos a impossibilidade de a obter de modo expontâneo.

Finalmente, estabelecemos um processo que, embora não seja perfeitamente prático, permite por variações contínuas e bem determinadas, obter a referida sub-harmónica. Este facto dá-nos a possibilidade de classificar o regime permanente considerado como um estado limite de determinados regimes forçados.

* * *

Apresentamos em seguida o sumário dos resultados a que chegámos em relação à desmultiplicação de ordem 1/3.

Em relação a um dado conjunto bobina-capacidade, sendo a bobina de núcleo de ferro saturado e considerada sem perdas, estabelecemos para o circuito elementar série (Esq. 1) as propriedades seguintes:



Esquema 1

1 — A desmultiplicação só é possível para frequências f tais que

$$f > f_c$$

denominamos fc frequência crítica [1].

2 — Para uma dada frequência $f > f_c$ a desmultiplicação só se dá para resistências R satisfazendo a

$$R < R_c$$

denominamos R_c resistência crítica, R_c depende da frequência.

3 — Para $R < R_c$ e $f > f_c$ só se observa desmultiplicação para tensões E_k tais que :

$$E_{km} < E_k < E_{kM}$$

Para

$$R = R_c \qquad E_{km} = E_{kM} = E_c$$

* * *

Utilizamos como bobina um dos enrolamentos dum transformador monofásico com as seguintes características:

Tensão	150/110 V
Corrente	10/13 A
Secção útil do núcleo	28 cm²

Denominamos:

Bobina I — o enrolamento 150 V

Bobina II — a série dos dois enrolamentos com o mesmo sentido de magnetização

[1] Devido à existência de perdas no ferro existe um limite superior f_{cM} para a frequência; consideraremos o facto no decorrer do trabalho.

As aplicações numéricas referem-se à Bobina I cujas características foram determinadas no outro trabalho.

Estabeleceu-se, então, a fórmula empírica:

$$i = 0{,}6\,\varphi + 16{,}5\,\varphi^5$$

i representa a corrente em amperes, e φ o fluxo total ligado com a bobina expresso em weber.

Neste trabalho, porém, tomamos em vez da fórmula anterior uma outra mais simples que coincide com a primeira para valores não muito altos de φ, representa pois uma simplificação a que nos referiremos (fig. 1).

A nova fórmula empírica é:

$$i = 0{,}2\,\varphi + 6\,\varphi^3$$

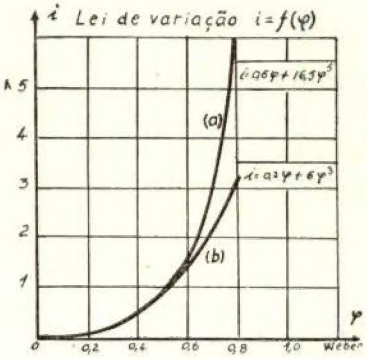


Fig. 1

estando (i, φ) expressos nas mesmas unidades.

Em todas as aplicações usamos uma capacidade de 200 μF e uma frequência de 50 H_3.

Em algumas determinações experimentais usamos a Bobina II, estando o facto devidamente assinalado.

* * *

Como sistema de unidades usamos o sistema M. K. S. (Giorgi).

1 — Aspectos experimentais

Apresentamos nos oscilogramas (1, 2, 4 e 5) os diagramas da corrente e do fluxo

correspondentes a um mesmo tipo de desmultiplicação de frequência — sub-harmónica 1/3.

No osc. (1) figura o fluxo e a tensão de alimentação [φ, e_k]; em (2) figura a corrente e o fluxo [i, φ].

Da observação dos oscilogramas conclui-se que o fluxo é constituído essencialmente pela harmónica e sub-harmónica enquanto que a corrente, mais acidentada, exige para uma representação correcta a consideração dum maior número de harmónicas.

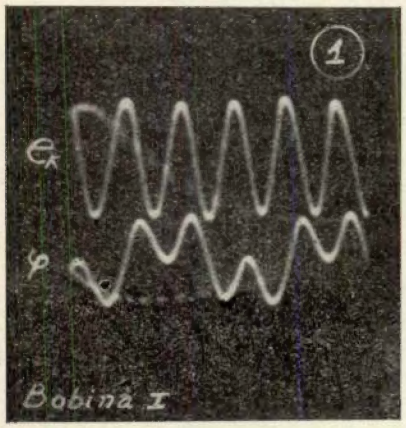


Foto 1

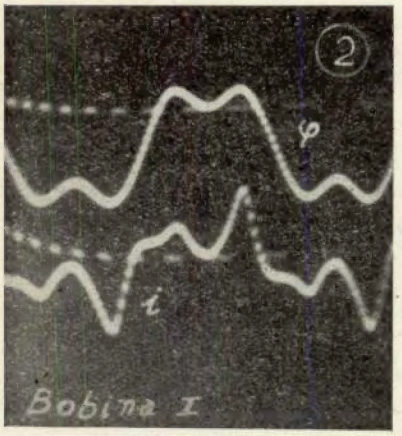


Foto 2

Também, nestas circunstâncias, a função i = f (φ) tem uma representação cartesiana diferente da correspondente a um fluxo sinusoidal. Podemos observá-la no osc. (3), cuja interpretação é fácil uma vez que se atenda à forma do fluxo, às perdas no ferro e modo como estas variam com a frequência.

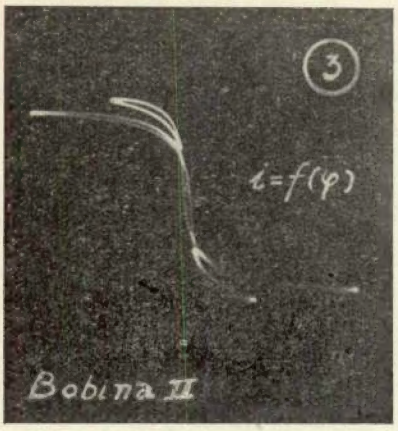


Foto 3

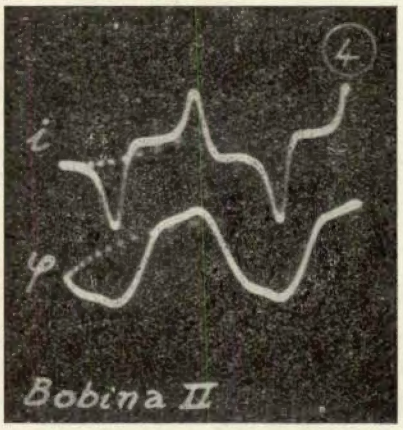


Foto 4

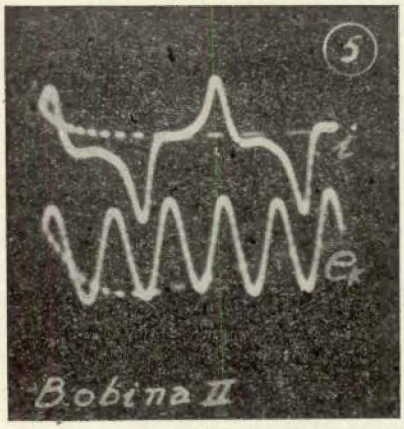


Foto 5

Os oscilogramas (4,5) correspondem a um circuito com perdas reduzidas, alimentado

por uma tensão próxima do limite inferior; neste caso domina, no fluxo, a sub-harmónica.

2 — Lei de variação $i = f(\varphi)$. Forma adoptada para o integral particular

No estudo que se segue tomamos como lei de variação $i = f(\varphi)$ uma função da forma:

$$i = \sum_{n=o}^{p} a_{2n+1} \varphi^{2n+1}$$

o que implica o desprezo das perdas no ferro.

Limitámo-nos também ao caso:

$$i = a\varphi + b\varphi^3$$

a fim de obtermos expressões simples e com facilidade conseguirmos estabelecer as propriedades físicas essenciais.

Desde que as saturações atingidas não sejam muito elevadas a forma adoptada satisfaz razoàvelmente.

* * *

Sendo o fluxo a grandeza que apresenta a forma mais simples é lógico que o escolhamos como incógnita.

Adoptamos deste modo um integral particular da forma:

$$\varphi = x_1 \operatorname{sen}(\omega t + \psi_1) + x_3 \operatorname{sen}\left(\frac{\omega t}{3} + \psi_3\right)$$

o que significa que apenas tomamos em consideração a harmónica e a sub-harmónica.

3 — Linearização

Diremos agora o que se entende e como se procede à linearização de determinado elemento dum circuito.

Utilizaremos em seguida este método de análise.

* * *

Consideremos um dipolo não linear definido pelas expressões:

$$e = E\left(x, \frac{dx}{dt}\right)$$

$$i = I\left(x, \frac{dx}{dt}\right)$$

em que e representa a tensão aos terminais do dipolo e i a corrente que, o atravessa; x representa uma grandeza fìsicamente definida ou não.

Suponhamos o dipolo inserido num dado circuito e admitamos que para um dado regime permanente, e e i são tais que x tem a forma:

$$x = \Sigma\, X_{sk} \operatorname{sen} k\omega t + X_{ck} \cos k\omega t$$

$$k = \text{racional}$$

Substituindo x nas expressões de e e i obtemos:

$$e = \Sigma\, e_p = \Sigma\, E_{sp} \operatorname{sen} p\,\omega t + E_{cp} \cos p\,\omega t$$

$$i = \Sigma\, i_q = \Sigma\, I_{sq} \operatorname{sen} q\,\omega t + I_{cq} \cos q\,\omega t$$

Consideremos apenas o conjunto de valores n ($n_1\ n_2 — n_m$) comuns a p e q, teremos então:

$$e = \Sigma\, e_n$$

$$i = \Sigma\, i_n \qquad n = n_1\, n_2 — n_m$$

* * *

Entendemos por «linearização do dipolo considerado em relação a um determinado regime permanente»:

A substituição da característica não linear do dipolo [e, i], por m relações da forma:

$$L_n \frac{di_n}{dt} + R_n\, i_n + \frac{1}{C_n} \int i_n\, dt = e_n$$

$$n = n_1\, n_2 — n_m$$

L_n, C_n, R_n são funções das amplitudes [X_c, X_s].

Considerando e operando com L_n, C_n, R_n como auto-induções capacidades e resistências podemos, com simplicidade e alguma vantagem, interpretar fìsicamente o comportamento dos elementos não lineares em relação a determinado regime permanente.

* * *

Passamos agora à determinação de L_n, C_n e R_n.

$$e_n = E_{sn} \text{ sen } n\omega t + E_{cn} \cos n\omega t$$

$$i_n = I_{sn} \text{ sen } n\omega t + I_{cn} \cos n\omega t$$

na relação $[e_n . i_n]$ obtemos:

$$E_{sn} = R_n I_{sn} - \left(n\omega L_n - \frac{1}{n\omega C_n}\right) I_{cn}$$

$$E_{cn} = R_n I_{cn} + \left(n\omega L_n - \frac{1}{n\omega C_n}\right) I_{sn}$$

Exprimindo a reactância $\left(n\omega L_n - \frac{1}{n\omega C_n}\right)$ por X_n podemos finalmente escrever:

$$R_n = \frac{E_{sn} I_{sn} + E_{cn} I_{cn}}{I_{sn}^2 + I_{cn}^2}$$

$$X_n = \frac{E_{cn} I_{sn} - E_{sn} I_{cn}}{I_{sn}^2 + I_{cn}^2}$$

Como se vê, não é possível distinguir a reactância indutiva da capacitiva.

* * *

Consideremos agora as expressões das potências activa e reactiva:

$$P_{an} = \frac{1}{T} \int_0^T e_n (t) . i_n (t) \, dt$$

$$P_{rn} = \frac{1}{T} \int_0^T e_n \left(t - \frac{T}{4n}\right) . i_n (t) \, dt$$

em que $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Obtemos para a pulsação $n\omega$:

$$P_{an} = \frac{1}{2} (E_{sn} I_{sn} + E_{cn} I_{cn})$$

$$P_{rn} = \frac{1}{2} (E_{cn} I_{sn} - E_{sn} I_{cn})$$

podendo escrever-se:

$$R_n = \frac{P_{an}}{I_n^2 e f}$$

$$X_n = \frac{P_{rn}}{I_n^2 e f}$$

expressões cuja interpretação física é imediata.

* * *

4 — Considereções gerais sobre a desmultiplicação de frequência (sub-harmónica $^1/_3$)

A permanência num circuito com perdas duma oscilação sub-harmónica da tensão de alimentação torna-se, energèticamente, possível mediante uma transformação de potência de pulsação 2ω em potência de pulsação $\frac{2\omega}{3}$.

Dentro dos princípios da linearização poderíamos dizer que a resistência relativa à pulsação ω sofreu um agravamento e que a resistência referente a $\frac{\omega}{3}$ se reduziu a zero pelo aparecimento duma resistência negativa.

Isto implica um determinado estado de conjugação das duas oscilações; a livre, sub-harmónica, e a forçada, harmónica; o carácter não linear da bobina torna possível essa conjugação.

Linearizemos agora a bobina de núcleo de ferro saturado.

* * *

Consideremos o regime correspondente a:

$$\varphi = x_1 \text{ sen } (\omega t + \psi_1) + x_3 \text{ sen } \left(\frac{\omega t}{3} + \psi_3\right)$$

A bobina, elemento não linear, é definida por:

$$\begin{cases} e = \dfrac{d\varphi}{dt} \\ i = a\varphi + b\varphi^3 \end{cases}$$

Determinaremos

$R_{1/3}$ e $L_{1/3}$ para a sub-harmónica e

R_1 e L_1 para a harmónica.

Seja por outro lado R e C a resistência e capacidade efectivamente existentes no circuito.

Deste modo, a coexistência no mesmo circuito de duas oscilações ω e $\omega/3$ é substituída, linearizando, por dois circuitos lineares:

(1) $[(R + R_1, C, L_1), e_k]$ pulsação ω

(2) $[(R + R_{1/3}, C, L_{1/3})]$ pulsação $\frac{\omega}{3}$

conjugados de tal modo que:

(3) $R + R_{1/3} = 0$

(4) $R\, I_{1/3}^2\, e\, f = R_1\, I_1^2\, e\, f$

* * *

Aplicando o método de linearização anteriormente exposto obtemos:

$$\begin{cases} R_{1/3} = \dfrac{b\omega}{4}\ \dfrac{x_1\, x_3^3}{I_{1/3}^2}\ \text{sen}\ \psi \\ R_1 = -\dfrac{b\omega}{4}\ \dfrac{x_1\, x_3^3}{I_1^2}\ \text{sen}\ \psi \\ \psi = 3\psi_3 - \psi_1 \end{cases}$$

Da relação (3) concluímos que $R_{1/3} < 0$ e portanto deverá ser $\psi < 0$.

Pondo

$$\psi_3 = 0 \quad \text{vem} \quad \psi = -\psi_1$$

e

$$\varphi = x_1\ \text{sen}\ (\omega t + \psi_1) + x_3\ \text{sen}\left(\frac{\omega t}{3}\right)$$

e então será:

$$R_{1/3} < 0 \quad \text{se} \quad \psi_1 > 0$$

* * *

Obtemos assim um resultado interessante.

Dentro do tipo de não-linearidade considerado, a desfasasem relativa ψ entre a harmónica e a sub-harmónica desempenha um papel essencial na desmultiplicação de frequência, estando, em relação à origem dos tempos, a harmónica sempre em avanço em relação à sub-harmónica $\psi_1 > 0 \quad \psi_3 = 0$.

* * *

Para $L_{1/3}$ e L_1 obtemos as expressões:

$$L_{1/3} = \frac{1}{I_{1/3}^2}\ \frac{x_3}{3}\left[a\, x_3 + \frac{3\,b}{4}(x_3^3 + 2\, x_3\, x_1^2) - \right.$$
$$\left. - \frac{3\,b}{4}\, x_3^2\, x_1 \cos\psi\right]$$

$$L_1 = \frac{1}{I_1^2}\, x_1\left[a\, x_1 + \frac{3\,b}{4}(x_1^3 + 2\, x_1\, x_3^2) - \right.$$
$$\left. - \frac{b}{4}\, x_3^3 \cos\psi\right]$$

sendo as componentes de I_1:

$$I_{s1} = \left[a\, x_1 + \frac{3\,b}{4}(x_1^3 + 2\, x_1\, x_3^2)\right]\cos\psi - \frac{b}{4}\, x_3^3$$

$$I_{c1} = -\left[a\, x_1 + \frac{3\,b}{4}(x_1^3 + 2\, x_1\, x_3^2)\right]\text{sen}\ \psi$$

e as de $I_{1/3}$

$$I_{s\,1/3} = a\, x_3 + \frac{3\,b}{4}(x_3 + 2\, x_3\, x_1^2) -$$
$$- \frac{3\,b}{4}\, x_3^2\, x_1 \cos\psi$$

$$I_{c\,1/3} = \frac{3\,b}{4}\, x_3^2\, x_1\ \text{sen}\ \psi$$

* * *

Considerando R_n e L_n como resistências e auto-induções as equações que regem o circuito serão:

$$\left[(R + R_1) + j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C}\right)\right]\vec{I_1} = \vec{E_k}$$

$$\left[(R + R_{1/3}) + j\left(\frac{\omega}{3} L_{1/3} - \frac{1}{\frac{\omega}{3} C}\right)\right]\vec{I_{1/3}} = 0$$

Estas equações degeneram noutras equivalentes e formalmente iguais às que usaremos em seguida, se tomarmos para e_k uma fase tal que:

$$\vec{E_k} = E_k\, \varepsilon^{-j\psi_1}$$

$$\vec{I_1} = I_{c1} - j\, I_{s1}$$

A última equação é satisfeita se:

$$\begin{cases} R + R_{1/3} = 0 \\ \left(\frac{\omega}{3}\right)^2 = \frac{1}{L_{1/3}\,C} \end{cases}$$

o que significa que a resistência total do circuito é nula e a sua frequência própria $\left(\frac{\omega}{3}\right)$. Estas condições são criadas por uma oscilação forçada de pulsação ω coexistente no elemento não linear com uma oscilação livre de pulsação $\frac{\omega}{3}$.

5 — Determinação do integral particular

$$\varphi = x_1 \operatorname{sen}(\omega t + \psi_1) + x_3 \operatorname{sen}\left(\frac{\omega t}{3} + \psi_3\right)$$

Uma vez estabecida a forma do integral particular, vamos agora proceder à determinação das amplitudes (x_1, x_3) e desfasagens (ψ_1, ψ_3). Introduziremos:

$$\varphi = x_1 \operatorname{sen}(\omega t + \psi_1) + x_3 \operatorname{sen}\left(\frac{\omega t}{3} + \psi_3\right) \quad (1)$$

na equação

$$\frac{d\varphi}{dt} + Ri + \frac{1}{C}\int i\,dt = e_k \quad (2)$$

em que:

$$i = a\varphi + b\varphi^3 \quad (3)$$

$$e_k = E_k \cos \omega t \quad (4)$$

identificaremos em seguida os termos em:

$$\operatorname{sen}(\omega t + \psi_1),\ \cos(\omega t + \psi_1)$$

e

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\omega t}{3} + \psi_3\right),\ \cos\left(\frac{\omega t}{3} + \psi_3\right)$$

não se tomando portanto em consideração outras harmónicas.

Obteremos assim equações, as mesmas que se obteriam a partir do conceito de linearização, que nos permitirão determinar as amplitudes e desfasagens.

* * *

A fim de simplificar os resultados façamos:

$$\omega t = u$$

obteremos então uma equação com a forma:

$$\frac{d^2\varphi}{du^2} + \varepsilon \frac{d}{du}(\alpha\varphi + \beta\varphi^3) + \alpha\varphi + \beta\varphi^3 = -\lambda \operatorname{sen} u \quad (5)$$

em que:

$$\lambda = \frac{E_k}{\omega} \quad \varepsilon = R\omega C \quad \alpha = \frac{a}{\omega^2 C} \quad \beta = \frac{b}{\omega^2 C} \quad (6)$$

e seja:

$$i_\omega = \alpha\varphi + \beta\varphi^3 \quad (7)$$

* * *

A expressão de φ toma a forma:

$$\varphi = x_1 \operatorname{sen}(u + \psi_1) + x_3 \operatorname{sen}\left(\frac{u}{3} + \psi_3\right) \quad (8)$$

e que substituída em i_ω conduz a:

$$i = S_1 \operatorname{sen}(u + \psi_1) + C_1 \cos(u + \psi_1) + S_3 \operatorname{sen}\left(\frac{u}{3} + \psi_3\right) + C_3 \cos\left(\frac{u}{3} + \psi_3\right) + \ldots \quad (9)$$

Sendo:

$$\begin{cases} S_1 = \alpha x_1 + \beta(P_1 - Q_1 \cos\psi) \\ C_1 = -\beta Q_1 \operatorname{sen}\psi \\ S_3 = \alpha x_3 + \beta(P_3 - Q_3 \cos\psi) \\ C_3 = \beta Q_3 \operatorname{sen}\psi \end{cases} \quad (10)$$

e

$$\begin{cases} P_1 = \frac{3}{4}(x_1^3 + 2x_3^2 x_1) \\ Q_3 = \frac{1}{4} \cdot x_3^3 \\ P_1 = \frac{3}{4}(x_3^3 + 2x_1^2 \cdot x_3) \\ Q_3 = \frac{3}{4} \cdot x_3^2 x_1 \end{cases} \quad (11)$$

$$\psi = 3\psi_3 - \psi_1 \quad (12)$$

Substituindo a expressão de φ e i_ω na equação (5) e atendendo à identidade:

$$\operatorname{sen} u = \cos\psi_1 \operatorname{sen}(u+\psi_1) - \operatorname{sen}\psi_1 \cos(u+\psi_1) \tag{13}$$

Obtém-se as equações:

$$-x_1 - \varepsilon C_1 + S_1 = -\lambda \cos\psi_1 \tag{14 a}$$

$$\varepsilon S_1 + C_1 = \lambda \operatorname{sen}\psi_1 \tag{14 b}$$

$$-\frac{x_3}{9} - \frac{\varepsilon}{3} C_3 + S_3 = 0 \tag{14 c}$$

$$\frac{\varepsilon}{3} S_3 + C_3 = 0 \tag{14 d}$$

que nos permitem determinar $(x_1\, x_3)$ e (ψ_1, ψ_3). Destas equações são particularmente interessantes as duas últimas que nos permitem estabelecer uma relação simples entre x_1 e x_3 e exprimir $\psi = \Psi(x_1, x_3)$. Podemos ainda a partir destas equações estabelecer as principais propriedades deste tipo de desmultiplicação de frequência.

6 — Estabelecimento das relações fundamentais de amplitude e fase

Atendendo às expressões de C_3 e S_3 as equações (14 c) e (14 d) assumem o aspecto:

$$\frac{3\beta}{4} x_3 x_1 \left[-\frac{\varepsilon}{3} \operatorname{sen}\psi - \cos\psi \right] = \left(\frac{1}{9} - \alpha\right) - \frac{3\beta}{4}(x_3^2 + 2 x_1 x_3) \tag{15 a}$$

$$\frac{3\beta}{4} x_3 x_1 \left[-\frac{\varepsilon}{3} \cos\psi + \operatorname{sen}\psi \right] = -\frac{\varepsilon}{3}\left[\alpha + \frac{3\beta}{4}(x_3^2 + 2 x_1 x_3) \right] \tag{15 b}$$

admite-se que

$$x_3, x_1 > 0$$

Façamos a mudança de coordenadas:

$$x_3^2 = y_3 \frac{4}{3\beta}\left(\frac{1}{9} - \alpha\right) \tag{16 a}$$

$$x_1^2 = y_1 \frac{4}{3\beta}\left(\frac{1}{9} - \alpha\right) \tag{16 b}$$

Quadrando e somando membro a membro as equações (15) obtemos após as transformações (16) a relação:

$$4 y_1^2 + 3 y_1 y_3 + y_3^2 - 4 n y_1 - 2 n y_3 + p = 0 \tag{17}$$

onde:

$$n = \frac{1 - \gamma\delta}{1 + \delta} \tag{18 a}$$

$$p = \frac{1 + \gamma^2 \delta}{1 + \delta} \tag{18 b}$$

em que:

$$\delta = \frac{\varepsilon^2}{9} \text{ e } \varepsilon = R\,\omega\,C \tag{19 a}$$

$$\gamma = \frac{\alpha}{\frac{1}{9} - \alpha} \text{ e } \alpha = \frac{a}{\omega^2 C} \tag{19 b}$$

Das mesmas equações (15 a) (15 b) obtemos:

$$\operatorname{sen}\psi = -\frac{\sqrt{\delta}}{1+\delta} \cdot (1+\gamma) \cdot \frac{1}{\sqrt{y_3\, y_1}} \tag{20 a}$$

$$\cos\psi = \frac{y_3 + 2 y_1}{\sqrt{y_3\, y_1}} - n \frac{1}{\sqrt{y_3\, y_1}} \tag{20 b}$$

A equação (17) representa uma elipse real desde que:

$$\frac{8}{7} n^2 - p > 0 \tag{21}$$

Supondo constante a capacidade e a frequência, a equação (17) define uma família

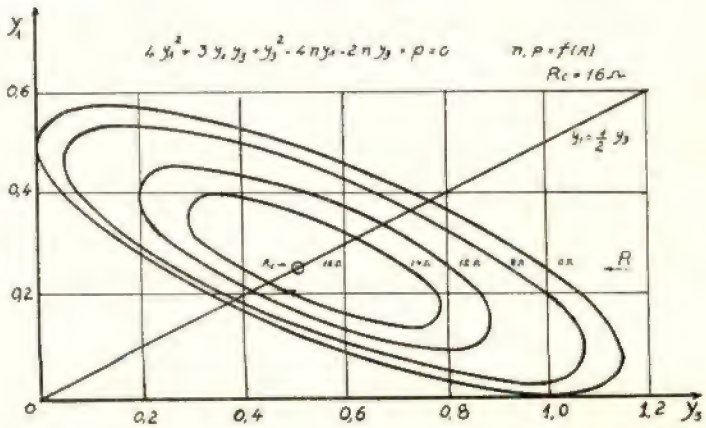


Fig. 2

de elipses cujo parâmetro é « δ » e portanto a resistência. A resistência crítica corresponde ao anulamento de (21); na fig. (2) representamos para diversos valores de R as elipses (17), a elipse correspondente à resistência crítica R_c reduz-se a um ponto.

* * *

Façamos agora a transformação:

$$y_1 = z_1 \sqrt{\frac{8}{7} n^2 - p} + \frac{2}{7} n \qquad (22\ a)$$

$$y_3 = z_3 \sqrt{\frac{8}{7} n^2 - p} + \frac{4}{7} n \qquad (22\ b)$$

Obtemos:

$$4\, z_1^2 + 3\, z_1\, z_3 + z_3^2 = 1 \qquad (23)$$

ou seja uma elipse, independente de qualquer parâmetro. x_1 e x_3 podem finalmente exprimir-se a partir de $(z_1\ z_3)$ mediante todas as transformações feitas.

$$x_1 = \sqrt{\frac{4}{3\beta}\left(\frac{1}{9} - \alpha\right)} \sqrt{\sqrt{\frac{8}{7} n^2 - p.}\ z_1 + \frac{2}{7} n} \qquad (24\ a)$$

$$x_3 = \sqrt{\frac{4}{3\beta}\left(\frac{1}{9} - \alpha\right)} \sqrt{\sqrt{\frac{8}{7} n^2 - p}\ .\ z_3 + \frac{4}{7} n} \qquad (24\ b)$$

ou ainda:

$$x_1 = F_\omega . \sqrt{F_R . z_1 + \frac{2}{7} n} \qquad (25\ a)$$

$$x_3 = F_\omega \sqrt{F_R . z_3 + \frac{4}{7} n} \qquad (25\ b)$$

em que:

$$F_\omega = \sqrt{\frac{4}{3\beta}\left(\frac{1}{9} - \alpha\right)} \qquad (26\ a)$$

$$F_R = \sqrt{\frac{8}{7} n^2 - p} \qquad (26\ b)$$

* * *

O problema da determinação de qualquer característica fica assim liquidado.

O processo mais simples será arbitrar valores para z_1 e a partir daí obter e_k, φ etc., para o que procederemos como se segue.

Dado um z_1 qualquer do domínio de:

$$4\, z_1^2 + 3\, z_1\, z_3 + z_3^2 = 1$$

determinaremos z_3.

Conhecido (z_1, z_3) calculamos $(y_1\ y_3)$ e $(x_1\ x_3)$ e em seguida ψ.

Permitem-nos então as equações (14) determinar o valor de E_k correspondente e também ψ_1 o que a partir de ψ nos dará ψ_3.

Ficam-nos, porém, por realçar as principais propriedades físicas assim como a análise da estabilidade das soluções.

* * *

As equações (25) e (26) permitem-nos estabelecer propriedades interessantes; antes de o fazer convém notar que mediante uma análise simples e considerações de ordem física se conclui para o domínio que nos interessa:

1) n é sempre positivo

2) $\left(F_R z_1 + \frac{2}{7} n\right)$ e $\left(F_R z_3 + \frac{2}{7} n\right)$ nunca são negativos

As condições para que x_1 x_3 sejam reais serão portanto:

F_ω e F_R reais

F_ω é um factor que para um dado conjunto bobina-capacidade depende da frequência.

F_R é um factor que para o mesmo conjunto depende da frequência e resistência.

7 — Existência e determinação duma frequência crítica — fc

Consideremos o caso particular do circuito sem perdas $R = 0$ e portanto:

1) $\varepsilon = 0 \quad \delta = 0$

2) $n = 1 \quad p = 1$

3) $F_R = \frac{1}{\sqrt{7}}$ e independente da frequência. As equações (26) convertem-se em:

$$x_1 = F_\omega \sqrt{\frac{1}{\sqrt{7}} z_1 + \frac{2}{7}} \qquad (27\ a)$$

$$x_3 = F_\omega \sqrt{\frac{1}{\sqrt{7}} z_3 + \frac{4}{7}} \qquad (27\ b)$$

A condição para que x_1 e x_3 sejam reais é:

F_ω ser real

o que equivale a:

$$\frac{1}{9} - \alpha \geqslant 0 \qquad (28)$$

ou ainda:

$$\frac{\omega}{3} \cdot \frac{1}{a} \geqslant \frac{1}{\frac{\omega}{3} C} \qquad (29)$$

Atendendo a que $i = a\varphi + b\varphi^3$ podemos interpretar $\frac{1}{a}$ como sendo um coeficiente de auto-indução $L_o = \frac{1}{a}$ correspondente a $\varphi = 0$.

Convencionando ser $\frac{\omega}{3} = \omega'$, a condição (29) equivale a:

$$\omega' L_o \geqslant \frac{1}{\omega' C} \qquad (30)$$

o que, no circuito considerado, exprime a possibilidade dum regime livre de pulsação $\omega' = \frac{\omega}{3}$. Admitindo que $R = 0$ existirá portanto, um regime oscilante de pulsação $\omega' = \frac{\omega}{3}$ cujo fluxo, triangular, é aproximadamente sinusoidal:

Admitindo que nesse regime:

$$\varphi_o = \Phi_o \operatorname{sen} \frac{\omega t}{3} \qquad (31)$$

e notando que a equação que rege o comportamento do circuito é, nesse caso:

$$\frac{d^2\varphi}{du^2} + \alpha\varphi + \beta\varphi^3 = 0 \qquad (32)$$

em que $u = \omega t$; obtemos Φ_o com facilidade pela substituição de φ_o em (32) e apenas considerando termos em sen $\frac{u}{3}$.

Obteremos:

$$\Phi_o = \sqrt{\frac{4}{3\beta}\left(\frac{1}{9} - \alpha\right)} = F_\omega \qquad (33)$$

Portanto, F_ω não é mais do que a amplitude da fundamental do regime livre de pulsação $\frac{\omega}{3}$. sempre possível desde que se verifique (29).

Deste modo y_1 e y_3, relações (16), são tais que:

$$\sqrt{y_3} = \frac{x_3}{\Phi_o} \qquad (34\ a)$$

$$\sqrt{y_1} = \frac{x_1}{\Phi_o} \qquad (34\ b)$$

A raiz quadrada de y_3 dá-nos o valor relativo da amplitude da sub-harmónica em relação à amplitude da fundamental do regime livre correspondente à mesma pulsação. Da fig. (2) concluímos que existem $y_3 > 1$ o que significa que podemos obter sub-harmónicas com amplitudes superiores à do regime livre, sem perdas, da mesma pulsação.

* * *

A frequência crítica pode estabelecer-se a partir de:

$$F^2_\omega = \frac{4}{3\beta}\left(\frac{1}{9} - \alpha\right) = 0 \therefore \frac{1}{9} - \frac{a}{\omega^2 C} = 0$$

obtendo-se para frequência crítica:

$$f_c = \frac{3}{2\pi}\sqrt{\frac{a}{C}} \qquad (35)$$

ou ainda:

$$\frac{f_c}{3} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{L_o C}} \qquad (35\ a)$$

pondo como anteriormente

$$L_o = \frac{1}{a}$$

Na fig. (3) representa-se a lei de variação de F_ω com a frequência, trata-se dum ramo de hipérbole cujo vértice corresponde à frequência crítica.

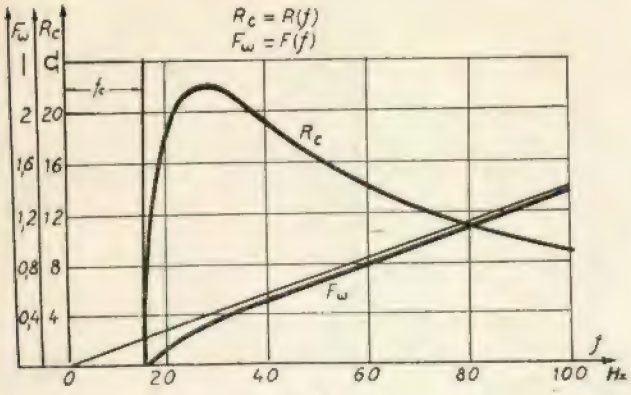


Fig. 3

* * *

Podemos, portanto concluir:

Para um dado conjunto bobina-capacidade é condição necessária para a existência dum regime com sub-harmónica $^1/_3$ que a frequência «f» da tensão de alimentação seja:

$$f > f_c \tag{36}$$

Portanto, o fenómeno da desmultiplicação é limitado inferiormente no que respeita à frequência da harmónica.

8 — Determinação da resistência crítica — Rc

Considerando agora a outra condição:

F_R ser real

podemos estabelecer a expressão da resistência crítica; esta condição equivale a

$$\frac{8}{7} n^2 - p \geqslant 0 \tag{37}$$

ou

$$\gamma^2 \delta^2 - (7\gamma^2 + 16\gamma + 7)\delta + 1 \geqslant 0 \tag{38}$$

Por outro lado consoante acentuámos já:

$$y_1, y_3 . \delta \geqslant 0$$

donde:

$$0 < \delta < \simeq \frac{1}{7\gamma^2 + 16\gamma + 7} \tag{39}$$

e portanto δ crítico δ_c será:

$$\delta_c = \frac{1}{7\gamma^2 + 16\gamma + 7} \tag{40}$$

e como $\delta = \frac{\varepsilon^2}{9}$ e $\varepsilon = R\omega C$ será:

$$RC = \frac{3}{\omega C} \cdot \frac{1}{\sqrt{7\gamma^2 + 16\gamma + 7}} \tag{41}$$

A esta última expressão de R_c podemos dar-lhe outro aspecto mais interessante:

Recordando que:

$$\gamma = \frac{\alpha}{\frac{1}{9} - \alpha} \qquad \alpha = \frac{a}{\omega^2 C} \qquad \omega' = \frac{\omega}{3}$$

e pondo

$$\frac{1}{\gamma} = \Delta = \omega'^2 L_o C - 1$$

virá:

$$R_c = \frac{1}{\omega' C} \cdot \frac{\Delta}{\sqrt{7\Delta^2 + 16\Delta + 7}} \tag{42}$$

Em que Δ representa o desvio em relação à unidade de $\omega'^2 L_o C$, que é sempre maior que 1 uma vez que exista a sub-harmónica.

Portanto, uma vez que $f > f_c$, a desmultiplicação de frequência $\frac{1}{3}$ está superiormente limitada no que respeita à resistência em série no circuito; na fig. (3) representa-se a lei de variação da resistência crítica com a frequência.

* * *

Consideremos agora uma outra expressão de F_R:

$$F_R = \frac{1}{\sqrt{7}} \sqrt{\frac{\gamma^2\delta^2 - (7\gamma^2 + 16\gamma + 7)\delta + 1}{(1+\delta)^2}} \tag{43}$$

para

$$R \to 0 \qquad \delta \to 0$$

e portanto:

$$F_R = F_{Ro} = \frac{1}{\sqrt{7}}$$

Na fig. (4) podemos observar o modo como varia F_R com ε ou com R pois $\varepsilon = R\omega C$; para $R = R_c$ é $F_R = 0$.

Uma outra expressão que apresenta interesse é:

$$\frac{F_R}{F_{Ro}} \simeq \frac{1}{1+\delta}\sqrt{1-\frac{\delta}{\delta_c}} \qquad (44)$$

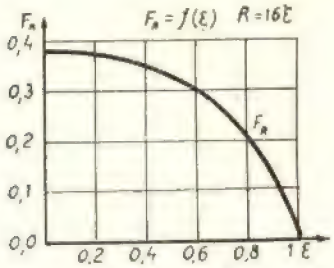


Fig. 4

em que δ_c representa o valor de δ correspondente à resistência crítica, isto é:

$$\delta_c = \frac{1}{7\gamma^2 + 16\gamma + 7}$$

Quando $f \to f_c$ γ tende para infinito e portanto δ_c tende para zero.

Quando $f \to \infty$ γ tende para zero e portanto δ_c tende para $\frac{1}{7}$.

A expressão (44) permite-nos pois, através de δ_c, determinar o comportamento de F_R em relação à frequência da tensão de alimentação.

Pode concluir-se da fig. (5), em que se representa $\frac{F_R}{F_{Ro}} = f(\delta)$ tomando f como parâmetro, que a lei de variação de F_R com a resistência é semelhante para todas

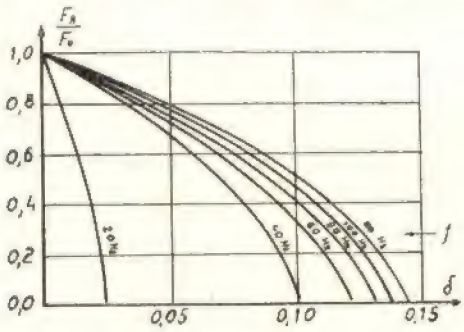


Fig. 5

as frequências compreendidas entre a frequência crítica e uma frequência infinita; recordemos que $\delta = \frac{\varepsilon^2}{9}$ e $\varepsilon = R\,\omega\,C$.

9 — Estabelecimento das propriedades fundamentais da desfasagem relativa ψ

Consideremos de novo as expressões de sen ψ, cos ψ (20) e a relação entre (y_1 e y_3) (17)

$$\operatorname{sen}\psi = -\frac{\sqrt{\delta}}{1+\delta}(1+\gamma)\frac{1}{\sqrt{y_3 y_1}} \qquad (20\text{ a})$$

$$\cos\psi = \frac{y_3 + 2y_1}{\sqrt{y_3 y_1}} - n\frac{1}{\sqrt{y_3 y_1}} \qquad (20\text{ b})$$

$$4y_1^2 + 3y_1y_3 + y_3^2 - 4ny_1 - 2ny_3 + p = 0 \qquad (17)$$

A equação (17) fig. (2) representa uma família de elipses limitadas exteriormente pela elipse:

$$4y_1^2 + 3y_1y_3 + 4y_3^2 - 4y_1 - 2y_3 + 1 = 0$$

correspondente a $R = 0$ e que tendem quando $R \to R_c$ para um ponto

$$y_1 = \frac{2}{7}n_c$$

$$y_3 = \frac{4}{7}n_c$$

onde n_c representa o valor de n para $R = R_c$

* * *

Consideremos uma das elipses (17) correspondentes a R, $0 < R < R_c$.

Ao longo dessa elipse a condição de estacionaridade de sen ψ é:

$$\frac{dy_3}{dy_1} = -\frac{y_3}{y_1}$$

o que associado a (17) implica:

$$2y_1 = y_3 \qquad (45\text{ a})$$

ou

$$2y_1 + y_3 = n \qquad (45\text{ b})$$

A primeira condição corresponde a um máximo de sen ψ ou seja mínimo de $|\operatorname{sen}\psi|$ pois sen ψ é sempre negativo.

Estes pontos de estacionaridade obtém-se intersectando a elipse (17) pela recta

$2\,y_1 = y_3$; existem sempre dois pontos m_1 e m_2 que satisfazem a estas condições.

A segunda condição corresponde a um mínimo de sen ψ e máximo de $|\text{sen}\,\psi|$ corresponde a $\psi = \frac{-\pi}{2}$.

Estes pontos (M_1 M_2) obtêm-se pela intersecção da elipse (17) com a recta $2\,y_1 + y_3 = n$; existe, porém, um $R < R_c$ a partir do qual ($2\,y_1 + y_3 = n$) deixa de intersectar a elipse (17).

* * *

Quando a resistência tende para zero sen ψ tende, por valores negativos, para zero; n tende para 1.

Deste modo:

$$\lim_{R \to 0} \cos\psi = 1 \quad \text{se } 2\,y_1 + y_3 > 1 \qquad (46\,a)$$

$$\lim_{R \to 0} \cos\psi = -1 \quad \text{se } 2\,y_1 + y_3 < 1 \qquad (46\,b)$$

Na fig. (6) traçamos a elipse correspondente a $R = 0$ e o lugar geométrico dos pontos M_1 M_2 para os quais $\psi = -\frac{\pi}{2}$.

Traçamos também a recta $y_1 = \frac{y_3}{2}$ ao longo da qual $|\text{sen}\,\psi|$ é mínimo ou seja o lugar geométrico dos pontos m_1 e m_2.

O arco ao longo do qual $\psi = -\frac{\pi}{2}$ separa os domínios de m_1 e m_2 e separa na elipse

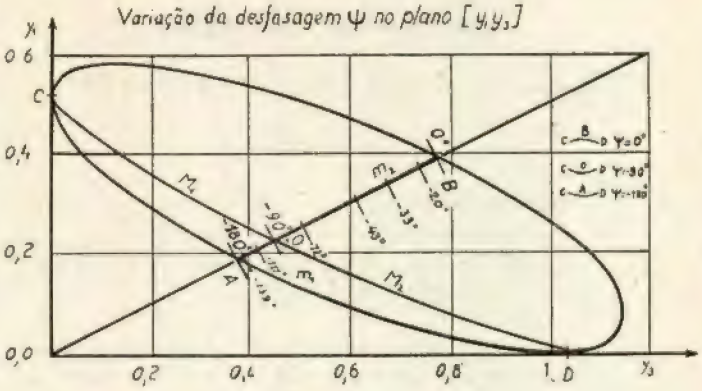


Fig. 6

$R = 0$ as regiões correspondentes a $\psi = 0$ $\psi = -\pi$.

Vê-se portanto que ψ sofre uma descontinuidade na elipse $R = 0$ ao passar de 0 a $-\pi$.

(Continua)

Suplemento de ficheiro

Iniciamos, neste número, a publicação do suplemento de ficheiro anunciado em Novembro e que se destina a todos os nossos assinantes que não declararam não estarem interessados em recebe-lo.

A cobrança respectiva, de dez escudos por 10 números, será feita quando da próxima cobrança da assinatura normal da Revista.

Visitas de estudo dos finalistas ao estrangeiro

Como de costume, vão este ano os finalistas do I. S. T. realizar visitas de estudo a alguns dos mais importantes centros industriais do estrangeiro.

Essas visitas de grande importância para a formação dos novos Engenheiros, patrocinadas pelo Conselho Escolar e acompanhados por Professores da Especialidade, só são possíveis com a colaboração da Indústria Nacional a quem agradecemos toda a boa vontade que for dispensada a esta iniciativa.

A «Técnica» fará referência a todas as casas que nos puderem dar o seu auxílio.

VIDA ESCOLAR E ASSOCIATIVA

PONTOS DE EXAME

Geometria descritiva

Exame final da 1.ª época — 1950-1951

II PARTE

1) — Determinar o ângulo que a linha da terra faz com um plano oblíquo dado pelos seus traços.

Determinar sobre a linha de terra o ponto que dista do plano dado 5 cm.

Relatório.

2) — Em projecções cotadas são dados dois planos π_1 e π_2 pelas suas escalas de declive. Determinar a escala de declive de um terceiro plano π_3 perpendicular aos planos dados e passando por um ponto P de cota 5 exterior àqueles.

Relatório.

3) — São dados um hiperbolóide de revolução de uma folha, de eixo vertical, e uma recta r passando pelo eixo do hiperbolóide.

Determinar os pontos de intersecção da recta com o hiperbolóide.

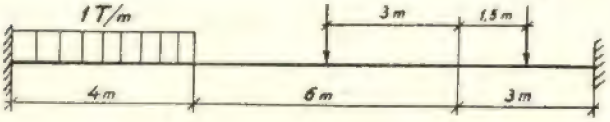
Dados : Afastamento do eixo — 6 cm
Diâmetro do traço horizontal — 8 cm
Diâmetro da circunferência de gola — 3 cm
Cota da circunferencia de gola — 5 cm
Cota do ponto onde a recta encontra o eixo — 7 cm
r' e r'' fazem ângulos de 45° com a linha de terra.

Relatório.

Estabilidade

1.º Exame de frequência ordinário — 1951-52

I — Calcular pelo método de Cross os momentos nos apoios e nos encastramentos da viga



II — Linha de influência dos momentos flectores numa secção qualquer duma viga quando a carga percorre um tramo que não contém a secção.

III — Marcha geral do cálculo dum pórtico pelo método de Gehler.

Estradas

Pontos-tipo

Na E. N. 182-1 há um troço em rampa máxima situado numa zona montanhosa entre 2 povoações que designaremos respectivamente a primeira por A e a segunda por B. Por razões de economia foi uma curva direita desse troço de estrada projectada com o raio mínimo.

Calcular a velocidade máxima a que essa curva pode ser percorrida com segurança em tempo seco por um veículo de tracção mecânica cujo centro de gravidade está situado 2,00 m acima do pavimento e cuja largura de rodado é de 1,80 m dirigindo-se esse veículo de B para A.

* * *

Num patamar dum troço da E. N. 389 num tergo em terreno pouco ondulado, existe uma curva esquerda, perfil a meia encosta, com o raio mínimo permitido pelo Plano Rodoviário, sobreelevação correspondente à inclinação transversal de 8 %, sobrelargura de 1,80 m, sem banqueta especial de visibilidade e cuja via de circulação interior está interrompida em virtude de obras de grande reparação.

Calcular a velocidade máxima a que essa curva pode ser percorrida em tempo chuvoso.

* * *

Calcular a velocidade a que um veículo automóvel pode percorrer com segurança uma curva esquerda de 70 metros de raio, situada numa rampa de 5 % dum troço de montanha da E. N. 272, supondo que existe um muro de suporte de terras que dista 6 metros da aresta exterior da valeta, que o coeficiente de atrito é igual a 0,50, que a sobreelevação é de 6 % e que a circulação se faz nas condições normais pelas 2 vias.

* * *

Calcular a velocidade a que um veículo automóvel pode descrever com segurança uma curva direita de 66,65 metros de raio da E. N. 185, situada em patamar, considerando o coeficiente de atrito igual a 0,50, uma sobrelargura de 0,20 metros, uma sobreelevação correspondente à inclinação transversal de 12 % e sabendo que a estrada segue em perfil mixto com muro de suporte de terras de 2,00 metros de altura, sem jorramento.

BIBLIOTECA IST

H. PARRY & SON, L.DA

SEDE: 6, AV. 24 DE JULHO - LISBOA

Telef.: 64187 (4 Linhas) 66065
Teleg.: NAVIOS-LISBOA

CONSTRUÇÕES
E REPARAÇÕES
NAVAIS

DOCAS SECAS

Execução de qualquer trabalho de
mecânica, electricidade, fundição, caldeiraria, forja, soldadura, etc.

DESENHOS
PROJECTOS
ORÇAMENTOS

PRODUTOS
DYRUP

TINTAS E VERNIZES
TIPO AMERICANO

FÁBRICA DE
TINTAS DE SACAVÉM
S. A. R. L.

SACAVÉM—PORTUGAL

TEL. { SACAVÉM 105
LISBOA 42651 42156

SOCIEDADE INDUSTRIAL METALURGICA

Responsabilidade Limitada
(REGISTADO)

SERRALHARIAS,
CALDEIRARIA,
FERRARIA,
FUNDIÇÕES

ESCRITÓRIO
Rua de S. Tiago, 13
LISBOA
Telefone 26572

MÁRMORES

aos melhores preços
Em todas as aplicações

A MAIOR PRODUÇÃO DO PAÍS

Pedidos à
Sociedade dos Mármores de Portugal, L.da
Rua de S. Domingos de Benfica, 63
LISBOA

O «efeito de escala» nos ensaios hidráulicos em modelo reduzido. Modelos distorcidos

PELO DR. FERNANDO ROLDÃO DIAS AGUDO
Eng.º Civil (I. S. T.)

C. D. 532.5.001.572

1. *Generalidades* (1)

Como se sabe, a análise dimensional é a base de toda a teoria da semelhança e portanto da técnica dos modelos reduzidos. O conhecido teorema dos parâmetros adimensionais desempenha papel importantíssimo na investigação experimental das leis que regem qualquer fenómeno, sendo ele que fornece as condições de realização da semelhança mecânica.

Considerando dois fenómenos (original ou protótipo e modelo) em que intervenham as variáveis $A_1, A_2, \ldots A_n$, seja

$$f(A_1, A_2, A_3, \ldots A_n) = 0 \qquad (1,1)$$

a lei que rege um e outro.

Tomando 3 grandezas dimensionalmente independentes para grandezas fundamentais, e substituindo a equação (1,1) pela correspondente equação adimensional

$$F(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \ldots \pi_{n-3}) = 0 \qquad (1,2)$$

fàcilmente se estabelece que a condição necessária e suficiente para a existência de semelhança mecânica entre os dois fenómenos é a verificação das igualdades

$$(\pi_i)_1 = (\pi_i)_2 \quad (i = 1,2, \ldots, n-3) \qquad (1,3)$$

onde um dos membros se refere ao original e o outro ao modelo.

Notando que os parâmetros π^i tem que satisfazer à equação (1,2) logo se conclui que a verificação de $n-4$ das igualdades (1,3) arrasta a verificação da restante. Daqui resulta que é sempre possível satisfazer às condições de semelhança mecânica quando a equação do fenómeno não contém mais do que 4 grandezas e em que há, portanto, apenas um parâmetro adimensional.

Quando as grandezas que intervém são 5, a equação que traduz o fenómeno pode reduzir-se à forma

$$F(\pi_1, \pi_2) = 0$$

e serão semelhantes todos os fenómenos aos quais corresponda o mesmo valor de um dos $\pi\pi$ (e portanto do outro). O modelo poderá ser realizado mas com algumas limitações, como veremos.

Quando as grandezas são em número superior a 5, a semelhança não é realizável, em geral, de uma maneira completa.

2. *A semelhança em Hidráulica*

Em Hidráulica, a lei mais geral de um escoamento é da forma

$$f(a, b, c, V, \tau, g, \rho, \mu, \sigma, e) = 0 \qquad (2,1)$$

onde a, b, c são grandezas geométricas, V (velocidade) é uma grandeza cinemática e τ (resistência ao movimento por unidade de superfície), g (aceleração da gravidade), ρ (densidade), μ (viscosidade), σ (tensão superficial) e e (módulo de elasticidade) são grandezas dinâmicas (1).

Imediatamente se vê que uma grandeza geométrica $[L^{\alpha_1}]$, uma cinemática $[L^{\alpha_2} T^{\gamma_2}]$

(1) Para maior desenvolvimento dos primeiros parágrafos ver «A teoria da semelhança e a sua aplicação aos ensaios com modelos reduzidos» por Fernando Abecassis, «Técnica» n.º 159 (Nov. de 1945).

(1) Ver Manzanares, Folhas de Hidráulica Geral pág. 130.

com $\gamma_2 \neq 0$ e uma dinâmica $[L^{\alpha_3} M^{\beta_3} T^{\gamma_3}]$ com $\beta_3 \neq 0$ são sempre dimensionalmente independentes (observe-se que

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & 0 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{vmatrix} \neq 0).$$

Tomando então para grandezas fundamentais a, V, ρ, resulta que as leis que regem os fenómenos da mecânica dos fluidos se podem reduzir à forma

$$F\left(\frac{a}{b}, \frac{a}{c}, \frac{\tau}{\rho V^2}, \frac{V^2}{g a}, \frac{Va}{\nu}, \frac{V^2 a}{\frac{\sigma}{\rho}}, \frac{V^2}{\frac{e}{\rho}}\right) = 0 \quad (2,2)$$

onde $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ é a viscosidade cinemática.

O parâmetro $\frac{\tau}{\rho V^2}$ recebe o nome de número ou índice de resistência. Os quatro últimos representam a influência que no fenómeno exercem o peso, a viscosidade, a tensão superficial e a elasticidade do fluido considerado.

Desempenham papel importantíssimo no estudo dos fenómenos hidráulicos e são designados respectivamente por números de Froude, Reynolds, Weber e Cauchy (ou Rayleigh).

Do que atrás ficou dito sobre as condições necessárias e suficientes da semelhança mecânica resulta então:

1.º) Quando um fenómeno depender da densidade, do coeficiente de viscosidade, da aceleração da gravidade e ainda do módulo de compressibilidade do fluido, não se pode obter semelhança mecânica completa.

Basta notar, com efeito, que intervém na equação do fenómeno mais do que 2 parâmetros adimensionais.

2.º) É possível, em princípio, obter a semelhança mecânica quando o fenómeno depender da densidade e do coeficiente de viscosidade do líquido e da aceleração da gravidade, mas não do módulo de compressibilidade, desde que se disponha de um líquido de viscosidade cinemática ν_2 diferente da viscosidade cinemática ν_1 do líquido original.

A igualdade dos números de Froude e Reynolds

$$\begin{cases} \frac{V_1^2}{g a_1} = \frac{V_2^2}{g a_2} \\ \frac{V_1 a_1}{\nu_1} = \frac{V_2 a_2}{\nu_2} \end{cases}$$

conduz a

$$\begin{cases} \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{1/2} \\ \frac{V_1}{V_2} \frac{a_1}{a_2} = \frac{\nu_1}{\nu_2} \end{cases}$$

donde

$$\frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{2/3}$$

o que mostra que a razão de semelhança geométrica será nesse caso dada por

$$\lambda = \frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{2/3}$$

e a razão de semelhança cinemática por

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{1/3}$$

A exigência de existir um líquido com ν_2 conveniente exclui, na prática, a possibilidade de conseguir a semelhança mecânica.

3.º) A realização prática da semelhança mecânica não exige a condição referida no número anterior quando se verificarem algumas das seguintes condições:

a) as trocas de energia mecânica com o exterior ou as transformações recíprocas de energia potencial em cinética podem desprezar-se em face da dissipação de energia mecânica por resistência. Com efeito, o fenómeno hidráulico não dependerá nesse caso da gravidade mas apenas do coeficiente de viscosidade e densidade do fluido. Na equação que o rege intervém apenas o parâmetro adimensional $R_e = \frac{Va}{\nu}$ e por isso se diz que se realiza a semelhança de Reynolds.

Sendo $\lambda = \frac{a_1}{a_2}$ a razão de semelhança geométrica e $K = \frac{\nu_1}{\nu_2}$ a razão entre os coeficientes de viscosidade cinemática, resulta de

$$\frac{V_1 a_1}{\nu_1} = \frac{V_2 a_2}{\nu_2}$$

que a razão de semelhança cinemática é dada por

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{a_2}{a_1} \frac{\nu_1}{\nu_2} = K \lambda^{-1}$$

Dado K, a semelhança obtém-se então de uma simples infinidade de maneiras, sendo arbitrário o valor de λ;

b) no fenómeno hidráulico predominam as trocas de energia mecânica com o exterior e as transformações internas de energia potencial em cinética e vice-versa, podendo desprezar-se a dissipação de energia por resistência.

O fenómeno não depende do coeficiente de viscosidade, intervindo na equação o parâmetro $F_r = \frac{V^2}{ga}$ (semelhança de Froude).

Como observação importante, devemos acrescentar que o fenómeno será ainda independente do número de Reynolds quando, embora não sejam desprezáveis as dissipações de energia, R_e tenha valores de tal modo elevados que dele não dependam os índices de resistência [1]

De

$$\frac{V_1^2}{g a_1} = \frac{V_2^2}{g a_2} \quad \text{vem} \quad \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{1/2}$$

o que mostra que a razão de semelhança cinemática é $\lambda^{1/2}$, obtendo-se a semelhança mecânica de uma simples infinidade de maneiras.

Pode suceder, no entanto, que haja vantagem em tomar uma razão β entre as cargas piezométricas diferente da razão de semelhança geométrica λ. E nesse caso (que estudaremos oportunamente) a semelhança mecânica é duplamente indeterminada, podendo fixar-se arbitràriamente os parâmetros β e λ.

3. *Impossibilidade de realizar a semelhança mecânica completa. Efeito de escala*

Vistas assim as condições elementares de semelhança, interessa acentuar que só em casos muito particulares se pode obter a semelhança mecânica completa entre o original e o modelo. Sempre que na equação do fenómeno intervenham vários parâmetros adimensionais, os ensaios em modelo reduzido terão de sujeitar-se a certas restrições. Elas resumem-se, fundamentalmente, no desprezo de algumas condições em favor de outras, quando se reconheça a maior importância das segundas no estudo do fenómeno.

Isso acarreta a necessidade de tomar todo o cuidado na escolha das escalas mais convenientes, para que os parâmetros adimensionais com pequena influência no protótipo continuem a ter influência igualmente desprezável ao construir o modelo.

Para exprimir possíveis discrepâncias na extrapolação, para o original, dos resultados obtidos no modelo, costuma dizer-se que a escala origina o aparecimento de um «efeito de escala».

Este efeito é essencialmente influenciado pelo regime do movimento (laminar ou turbulento), pela rugosidade e pela forma planimétrica e altimétrica do modelo e do original. E são de tal importância os cuidados a tomar com o «efeito de escala» que muitas vezes os resultados obtidos em modelo só tem significado quando se recorre a escalas diferentes para grandezas das mesmas dimensões. São disso exemplo os ensaios de bombas e turbinas hidráulicas e os ensaios com modelos distorcidos.

4. *Ensaios de bombas e turbinas hidráulicas*

Admitindo que a eficiência destas máquinas é influenciada pelo caudal Q, pelo diâmetro d do injector, pelo número de rotações por segundo n, pela queda H e por ρ, μ e g e tomando para fundamentais as

[1] Ver Manzanares, Folhas de Hidráulica Geral, pág. 170-171.

grandezas ρ, d, n, determinemos os parâmetros adimensionais que intervem no fenómeno.

Pondo

$$\pi_1 = \rho^{\alpha_1}\, d^{\beta_1}\, n^{\gamma_1}\, Q$$
$$\pi_2 = \rho^{\alpha_2}\, d^{\beta_2}\, n^{\gamma_2}\, H$$
$$\pi_3 = \rho^{\alpha_3}\, d^{\beta_3}\, n^{\gamma_3}\, \mu$$
$$\pi_4 = \rho^{\alpha_4}\, d^{\beta_4}\, n^{\gamma_4}\, g$$

e obrigando os π_i a terem dimensões nulas num dado sistema, L M T por exemplo, vem

$$\pi_1 = \frac{Q}{d^3 n}$$

$$\pi_2 = \frac{H}{d}$$

$$\pi_3 = \frac{\mu}{\rho d^2 n}$$

$$\pi_4 = \frac{g}{d n^2}$$

Como não é possível verificar-se a igualdade destes 4 parâmetros no protótipo e no modelo, não se pode obter a semelhança mecânica completa. Aceitando que o efeito de viscosidade é pequeno, obter-se-ia a semelhança obedecendo à lei de Froude mas com

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{d_1}{d_2}$$

o que nos levaria ao emprego de modelos de dimensões muito reduzidas.

O que se faz na prática é não atender à igualdade

$$(\pi_2)_1 = (\pi_2)_2$$

sendo então possível escolher arbitràriamente a razão $\frac{H_1}{H_2}$, não necessàriamente igual a $\frac{d_1}{d_2}$.

A escala do modelo costuma obter-se de

$$(\pi_2\, \pi_4)_1 = (\pi_2\, \pi_4)_2$$

i.e.,

$$\left(\frac{H g}{d^2 n^2}\right)_1 = \left(\frac{H g}{d^2 n^2}\right)_2$$

donde

$$n_1 = n_2 \frac{d_2}{d_1} \sqrt{\frac{H_1}{H_2}}$$

ou seja

$$\frac{n_1}{n_2} = \lambda^{-1}\, \beta^{1/2}$$

com

$$\lambda = \frac{d_1}{d_2} \quad \text{e} \quad \beta = \frac{H_1}{H_2}$$

Dispomos assim de dois graus de liberdade (razão entre as cargas e razão de semelhança geométrica), como já haviamos referido em 2, 3°, b), resultando as seguintes relações de transformação:

Caudais: $\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^3 \frac{n_1}{n_2} = \lambda^3 \lambda^{-2} \beta^{1/2} = \lambda^2 \beta^{1/2}$

Potência: $\frac{W_1}{W_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \lambda^2 \beta^{3/2}$ [por ser $W = \gamma Q H = \rho g Q H$]

Rendimento: $\frac{\eta_1}{\eta_2} = 1$

Para atender às aproximações feitas, há quem introduza um factor correctivo para o rendimento obtido a partir do modelo.

Segundo Camerer,

$$\eta_1 = 1 - (1 - \eta_2) \left[\frac{1{,}4 \sqrt{d_2} + \sqrt{1/\lambda}}{1{,}4 \sqrt{d_2} + 1} \right]$$

Segundo Moody,

$$\eta_1 = 1 - (1 - \eta_2)\, [\lambda^{-1/4} \times \beta^{-1/10}]$$

Para as velocidades a razão pode obter-se de $V = C \sqrt{2gH}$ ou de $Q = S V$, o que dá $\frac{V_1}{V_2} = \beta^{1/2}$. E referindo agora todas as grandezas a L, ρ, V, fàcilmente se chega às seguintes relações para as várias grandezas mecânicas:

Comprimento ..... λ
Carga ..... β
Velocidade ..... $\beta^{1/2}$
Tempo ..... $\lambda\, \beta^{-1/2}$ (de $[t] = L V^{-1}$)

Aceleração ..... $\lambda^{-1}\beta$ (de $[a] = VT^{-1}$)

Velocidade angular.. $\lambda^{-1}\beta^{1/2}$ (de $[\omega] = T^{-1}$)

Caudal ..... $\lambda^2\beta^{1/2}$

Força ..... $\frac{\rho_1}{\rho_2}\lambda^2\beta$ (de $[f] = [ma] = [\rho L^3 a]$)

Quantidade de movimento ..... $\frac{\rho_1}{\rho_2}\lambda^3\beta^{1/2}$ (de $[mV] = [\rho L^3 V]$)

Pressão ..... $\frac{\rho_1}{\rho_2}\beta$ (de $[p] = L^{-2}F$)

Trabalho ..... $\frac{\rho_1}{\rho_2}\lambda^3\beta$ (de $[\tau] = [FL]$)

Potência ..... $\frac{\rho_1}{\rho_2}\lambda^2\beta^{3/2}$ (de $[w] = [\tau T^{-1}]$

2. *Modelos distorcidos*

Os ensaios em modelo distorcido, indispensáveis, como vamos ver, no estudo de muitos fenómenos hidráulicos, constituem outro exemplo em que há necessidade de recorrer a escalas diferentes para grandezas da mesma natureza.

Dizia Richard Winkel que «não basta realizar experiências em modelo reduzido; é preciso saber até que ponto se podem transferir para o original os resultados obtidos experimentalmente». Isto significa, afinal, que é preciso tomar cuidado com o chamado «efeito de escala» a que já nos referimos.

Os estudos em modelo reduzido exigem muitas vezes que ele seja distorcido (sacrificando-se a semelhança geométrica) para evitar que as profundidades da água resultem excepcionalmente pequenas (o que sujeitaria a sua avaliação a erros apreciáveis e não libertaria o fenómeno dos efeitos da tensão superficial) e ainda para que a velocidade no modelo não tome valores tais que o regime do movimento se torne diferente do que era no original.

Vamos passar em revista alguns fenómenos que devem ser estudados em modelo distorcido, começando pela regularização fluvial (influência na superfície livre e transporte sólido).

6. *Influência exercida na superfície livre de um curso de água de fundo estável por qualquer obra de regularização*

Considere-se um escoamento em regime turbulento e sejam U a velocidade média, h a profundidade da água, e ν o coeficiente de viscosidade cinemática.

Tratando-se de um curso de água com a secção suficientemente larga, o raio médio r_h pouco difere da profundidade e a condição

$$R_e = \frac{U \cdot 4 r_h}{\nu} > 2000 \text{ (1)}$$

pode escrever-se

$$\frac{U h}{\nu} > 500$$

Daqui resulta desde já que no modelo a usar em estudos desta natureza a redução das altnras não deve ser tão grande como a dos comprimentos e larguras para que o produto Uh supere em muito o valor 500 ν, e se garantam assim as características turbulentas do movimento.

Deve procurar-se, além disso, que a corrente turbulenta seja rápida ou lenta tanto no original como no modelo.

A escala $^1/\lambda_x$ para as grandezas planimétricas será menor do que a escala $^1/\lambda_z$ das alturas e o modelo aparece assim distorcido.

A semelhança geométrica entre o original e o modelo vem substituída por uma afinidade. E embora não haja semelhança mecânica completa, pode suceder que existam relações constantes para algumas grandezas, de particular interesse no estudo do problema que estivermos a considerar.

Tomemos, por exemplo, o problema da influência exercida na superfície livre de um curso de água por qualquer obra de regularização, e vejamos como o havemos de estudar em modelo reduzido.

Considerando o caso mais geral do movi-

(1) Manzanares, H. G. pág. 138.

Davis em «Handbook of Aplied, Hidraulics», pág. 1050 apresenta resultados estabelecidos em experiências mais recentes.

mento não uniforme, temos (com distribuição hidrostática de pressões) [1]

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(h+\frac{\alpha U^2}{2g}\right)=-\frac{1}{g}\frac{\partial(\alpha U)}{\partial t}+i-\frac{U^2}{\chi^2 R} \quad (6,1)$$

donde, supondo α e α' constantes,

$$i-\frac{\partial h}{\partial s}=\frac{\alpha}{2g}\frac{\partial U^2}{\partial s}+\frac{\alpha'}{g}\frac{\partial U}{\partial t}+\frac{U^2}{\chi^2 R} \quad (6,2)$$

Notemos que i é a inclinação do fundo do canal, e portanto $i-\frac{\partial h}{\partial s}$ a inclinação da superfície livre. Mudando de notação, podemos então representar o movimento da água pela equação

$$I=I_f-\frac{\partial Z}{\partial X}=\frac{U^2}{\chi^2 R}+\frac{\alpha}{2g}\frac{\partial U^2}{\partial X}+\frac{\alpha'}{g}\frac{\partial U}{\partial T} \quad (6,3)$$

representado agora por Z a profundidade da água e por X a distância de uma secção genérica à origem. I, I_f, U, R e T são respectivamente as inclinações da superfície livre e do fundo, a velocidade média, o raio hidráulico e o tempo.

Adoptando a fórmula de Gauckler-Strickler do movimento uniforme, $U=\chi\sqrt{R I_o}$ com $\chi=C R^{1/6}$ [2], o termo $I_o=\frac{U^2}{\chi^2 R}$ da fórmula (6,3) escreve-se

$$I_o=\frac{U^2}{C^2 R^{4/3}}$$

e a equação do movimento não uniforme em estudo será

$$I=I_f-\frac{\partial Z}{\partial X}=\frac{U^2}{C^2 R^{4/3}}+\frac{\alpha}{2g}\frac{\partial U^2}{\partial X}+\frac{\alpha'}{g}\frac{\partial U}{\partial T} \quad (6,4)$$

Se em vez da fórmula de Gauckler-Strickler adoptássemos a fórmula monómia mais geral $U=\chi\sqrt{R I_o}$, com $\chi=C R^{m/n}$, viria na expressão anterior $R^{\frac{2m+n}{n}}$ em vez de $R^{4/3}$, e a sequência da exposição em nada seria alterada

No modelo, a equação do fenómeno pode escrever-se [1]

$$i=i_f-\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{u^2}{c^2 r^{4/3}}+\frac{\alpha}{2g}\frac{\partial u^2}{\partial x}+\frac{\alpha'}{g}\frac{\partial u}{\partial t} \quad (6,4')$$

Pondo

$$\frac{Z}{z}=\lambda_z,\ \frac{X}{x}=\lambda_x,\ \frac{U}{u}=\eta;\ \frac{T}{t}=\tau,\ \frac{C}{c}=k;$$

e admitindo que a secção molhada se conserva, no modelo, suficientemente larga em relação à altura para se poder igualar o raio hidráulico à profundidade média, a equação (6,4) pode assumir a forma [2].

$$\frac{\lambda_z}{\lambda_x}i=\frac{\eta^2 u^2}{K^2 c^2 \lambda_z^{4/3} r^{4/3}}+\frac{\alpha}{2g}\frac{\eta^2}{\lambda_x}\frac{\partial u^2}{\partial x}+\frac{\alpha'}{g}\frac{\eta}{\tau}\frac{\partial u}{\partial t} \quad (6,4'')$$

Esta equação será compatível com (6,4') desde que

$$\frac{\lambda_z}{\lambda_x}=\frac{\eta^2}{K^2\lambda_z^{4/3}}=\frac{\eta^2}{\lambda_x}=\frac{\eta}{\tau}$$

i. e.,

$$\lambda_z=\eta^2 \qquad \lambda_x=K^2\lambda_z^{4/3}=\eta\tau \quad (6,5)$$

A relação entre as áreas de secções transversais será $\lambda_x\lambda_z$ e os caudais estarão por consequência relacionados por

$$\frac{Q}{q}=\frac{\Omega U}{\omega u}=\lambda_x\lambda_z\eta=\lambda_x\lambda_z^{3/2} \quad \text{pois} \quad \eta=\lambda_z^{1/2}.$$

Para realizar o ensaio, podemos começar então por fixar λ_x de acordo com o espaço disponível para a construção do modelo

---

(1) Manzanares, H. G., pág. 376.

(2) Observar que esta expressão não é distinta da fórmula (443) apresentada por Manzanares em H. G, pág. 206.

(1) Passaremos a usar letras maiúsculas para o protótipo e as minúsculas correspondentes para o modelo.

(2) Observe-se que as inclinações I são dadas por $\frac{\partial Z}{\partial X}$ e por isso se transformam em $\frac{\partial(\lambda_z z)}{\partial(\lambda_x x)}=\frac{\lambda_z}{\lambda_x}i$.

e λ_z por forma a assegurar o regime turbulento no modelo.

A equação $\lambda_x = K^2 \lambda_z^{4/3}$ (1) define a razão K necessária entre os coeficientes de resistência.

Estes dependem da rugosidade, que só poderá escolher-se no caso presente por tentativas, procurando dar ao fundo (suposto estável) uma rugosidade tal que os perfis da superfície livre do modelo reproduzam os do original na razão $^1/\lambda_z$ para as alturas e $^1/\lambda_x$ para as dimensões planimétricas.

Reside aqui a maior dificuldade do problema. Se conseguirmos o resultado desejado com suficiente aproximação, o modelo fica em condições de receber quaisquer obras de regularização em projecto; e dos perfis observados se deduzirão os que se vão verificar no original, multiplicando as alturas por λ_z, as larguras por λ_x, as velocidades por $\lambda_z^{1/2}$ e os caudais por $\lambda_x \lambda_z^{3/2}$.

Anàlogamente se poderia estudar a influência que exerce na superfície livre de um curso de água a abertura de qualquer canal de derivação.

7. *Transporte sólido*

Consideremos agora o estudo em modelo reduzido das acções dos rios e correntes marítimas sobre os materiais móveis do fundo (regularização de estuários, por exemplo).

Se o modelo reproduz um curso de fundo móvel, e é construido a fim de examinar fenómenos relacionados com a mobilidade do fundo (escavações e eventuais depósitos de areia e saibro) há em primeiro lugar que cuidar da escolha dos materiais móveis a usar no modelo.

Por um lado parece necessário que a estrutura dos materiais seja muito mais fina do que no original; mas por outro fàcilmente se compreende a impossibilidade de reduzir as dimensões das partículas na mesma proporção que as partes fixas do sistema.

Trata-se, portanto, de um problema bastante delicado, em que não devemos atender apenas a considerações geométricas e cinemáticas, mas que requere também toda a atenção para os elementos dinâmicos.

Designando por U_f a velocidade do fundo, e por D a dimensão média das partículas, na direcção de U_f, sabe-se (1) que haverá ou não transporte de materiais sobre o fundo conforme $\frac{U_f^2}{D}$ supere ou não as grandezas

$$\frac{g}{\varphi} \frac{\rho_1 - \rho}{\rho} \zeta \text{ e } \frac{g}{\varphi} \frac{\rho_1 - \rho}{\rho} f$$

onde ρ é a densidade da água e ρ_1 a do sólido, φ um coeficiente que depende da forma do corpo e do número de Reynolds formado com a velocidade U_f e com a dimensão média do sólido, ζ um número que varia com a forma e disposição dos materiais no fundo e f o coeficiente de atrito entre o fundo e os materiais a transportar.

Por este motivo, devemos procurar obter os mesmos valores para as grandezas anteriores, no original e no modelo, para o que basta:

a) Que a relação entre as densidades dos materiais que constituem o fundo seja igual à relação entre as densidades dos líquidos.

Daqui resulta que o emprego do mesmo líquido no modelo e no original implica o recurso a materiais móveis com a mesma densidade.

Em investigações recentes tem-se preferido o uso de areia de qualidades convenientes.

b) Que se mantenha o valor de φ.

Como esta grandeza depende da forma do corpo e do n.º de Reynolds $R_e = \frac{U_f D}{\nu}$, basta que os materiais do fundo sejam reproduzidos de acordo com a semelhança geométrica mas por forma que, resultando necessàriamente diferente o n.º de Reynolds, a velocidade no modelo seja ainda suficientemente elevada para subtrair o mais possível o valor de φ à influência de R_e.

---

(1) Ou $\lambda_x = K^2 . \lambda_z^{\frac{2m+n}{n}}$ se adoptarmos a fórmula monómia mais geral $U = \chi \sqrt{R I_o}$ com $\lambda = CR^{m/m}$.

(1) Puppini, Idraulica, pg. 573.

c) Que se verifique a igualdade dos valores de ζ, para o que se recorre ainda à semelhança geométrica entre o original e o modelo no que respeita a materiais e rugosidade do fundo.

d) Que o coeficiente de atrito f seja o mesmo nos dois sistemas.

Logo que se verifiquem as condições anteriores, a eventual igualdade de $\frac{U_f^2}{D}$ permitirá o confronto entre o modelo e o original quanto a escavações e depósitos de material sólido.

Se admitirmos que a relação $\frac{U_f}{U}$ entre a velocidade do fundo e a velocidade média se mantém no modelo, interessa fazer então com que seja $\frac{U^2}{D} = \frac{u^2}{d}$ (1); e pondo $\frac{D}{d} = \delta$, uma das relações a verificar no estudo do fenómeno hidráulico considerado será

$$\delta = \left(\frac{U}{u}\right)^2 = \eta^2 \qquad (7,1)$$

Se consideramos o caso geral do movimento não uniforme, esta condição deverá juntar-se às expressões (6,5) do § anterior, resultando finalmente as seguintes relações:

$$\lambda_x = K^2 \lambda_z^{4/3} \quad \lambda_z = \eta^2 \quad \tau = \frac{\lambda_x}{\eta} \quad \delta = \eta^2$$

Daqui se conclui $\delta = \lambda_z$, o que mostra que a razão relativa às dimensões dos materiais depositados e à rugosidade do fundo deve ser igual à razão das alturas.

E ficamos ainda com o sistema de duas equações a quatro incógnitas

$$\lambda_z = \eta^2 \quad \lambda_x = U^2 \lambda_z^{4/3} \qquad (7,3)$$

Começando por escolher os materiais susceptíveis de transporte, ficam conhecidos os valores de $\delta = \lambda_z$ e de $K = \frac{C}{c}$ (este obtém-se determinando experimentalmente os valores dos coeficientes de resistência). As equações anteriores dão λ_x e η, obtendo-se consequentemente a razão $\lambda_x \lambda_z$ para as áreas transversais e $\lambda_x \lambda_z^{3/2}$ para os caudais.

São evidentes as dificuldades práticas de obter os materiais do fundo que, reduzidos na razão $\delta = \lambda_z$, se mantenham ainda geomètricamente semelhantes aos materiais do original.

E como há ainda que manter o coeficiente de atrito f, vê-se como são grandes as dificuldades práticas a vencer para obter resultados aceitáveis no confronto entre o protótipo e o modelo.

O problema simplifica-se se na equação (6,4) do movimento se puder desprezar o termo $\frac{\alpha}{2g} \frac{\partial U^2}{\partial X}$, como às vezes acontece.

O estudo feito no § 6 mostra que nesse caso se pode prescindir da condição $\lambda_z = \eta^2$, ficando:

$$\frac{\lambda_z}{\lambda_x} = \frac{\eta^2}{K^2 \lambda_z^{4/3}} = \frac{\eta}{\tau} \quad \text{e} \quad \delta = \eta^2 \qquad (7,4)$$

δ já não é necessàriamente igual a λ_z.

Nalguns casos constroe-se o fundo com os materiais do original, resultando

$$\delta = 1, \quad \eta = 1, \quad K = 1,$$

além de se manterem os valores de ζ e f. Vencidas desta maneira as dificuldades anteriormente expostas, ficamos ainda com a equação

$$\lambda_x = \lambda_z^{7/3} \text{ (1)}$$

que nos impõe a escolha de uma escala em função da outra, devendo λ_z originar números de Reynolds suficientemente grandes para os fins em vista e tendo λ_x um valor que torne o modelo o mais económico possível.

A razão dos caudais é agora igual à das áreas transversais, $\lambda_x \lambda_z$, por ser $\eta = 1$ a razão das velocidades.

Mas queremos acentuar uma vez mais as dificuldades práticas dos ensaios em modelo reduzido para o estudo da erosão e transporte sólido, devendo frizar-se que, mesmo

(1) Continuamos a designar com letras minúsculas as grandezas referentes ao modelo.

(1) $\lambda_x = \lambda_z^{\frac{2(m+n)}{n}}$ se adoptarmos a fórmula monómia mais geral; v. § 6.

BIBLIOTECA I.S.T.

com todos os cuidados anteriormente referidos, os resultados quantitativos nunca nos deverão merecer uma confiança absoluta [1].

8. *Estudo das ondas*

Do estudo dos movimentos ondulatórios sabe-se que a velocidade de propagação de uma onda (também chamada celeridade) é dada por

$$C = \sqrt{\frac{g L}{2 \pi} \operatorname{tgh} \frac{2 \pi H}{L}} \qquad (8,1)$$

onde L é o comprimento da onda e H a profundidade do líquido [2].

No caso particular em que a profundidade é muito grande, pode tomar-se $\operatorname{tgh} \frac{2 \pi H}{L} \sim 1$ e a equação anterior transforma-se em

$$C = \sqrt{\frac{g L}{2 \pi}} \qquad (8,1')$$

Se, pelo contrário, as águas são baixas, é $\operatorname{tgh} \frac{2 \pi H}{L} \sim \frac{2 \pi H}{L}$ e, com suficiente aproximação,

$$C = \sqrt{g H} \qquad (8,1'')$$

Para estudar a propagação de uma onda em modelo reduzido, vemos portanto que nas zonas de grande profundidade a escala das alturas é arbitrária, pois o fenómeno não é nesse caso influenciado pelo fundo.

De (8,1') resulta $\eta = \sqrt{\lambda_x}$ para escala das celeridades, sendo por conseguinte $\tau = \sqrt{\lambda_x}$ a escala dos tempos (por ser $\tau = \eta^{-1} \lambda_x$).

Nas fracas profundidades pode realizar-se também um modelo distorcido, resultando de (8,1'') $\eta = \sqrt{\lambda_z}$ e portanto $\tau = \frac{\lambda_x}{\sqrt{\lambda_z}}$.

Nas zonas intermédias a lei que rege o fenómeno é traduzida pela equação (8.1).

As velocidades C só se mantêm numa razão constante quando o mesmo sucede a $\frac{H}{L}$, o que implica ausência de distorsão.

Será nesse caso $\lambda_x = \lambda_z = \lambda$, $\eta = \sqrt{\lambda}$ e $\tau = \frac{\lambda}{\eta} = \sqrt{\lambda}$, obtendo-se o período no modelo a partir da relação $T = t \sqrt{\lambda}$.

Evidentemente que se nos encontrarmos em presença de duas ou mais zonas em que a velocidade de propagação obedeça a leis diferentes, não deverá realizar-se o ensaio em modelo distorcido. O mesmo sucede se, além das celeridades, quisermos estudar também as velocidades reais de cada partícula da superfície líquida, como pode ver-se em «De l'emploi des models reduits pour l'étude des effets de la houle sur les aménagements portuaires», de Gridel.

Voltando ao caso de pequenas profundidades, vimos que a reprodução puramente hidráulica do movimento das ondas exigia $\eta = \sqrt{\lambda_z}$ e $\tau = \frac{\lambda_x}{\sqrt{\lambda_z}}$.

A coexistência de $\eta = \sqrt{\delta}$ para o estudo da acção sobre o fundo mostra-nos que deviamos adoptar no modelo reduzido para esse fim um material tal que $\delta = \lambda_z$, o que acarreta grandes dificuldades práticas, como já fizemos notar no § 7.

9. *Chaminés de equilíbrio*

Um outro fenómeno periódico, da maior importância no estudo dos aproveitamentos hidroeléctricos, é o das chaminés piezométricas.

O problema das chaminés de equilíbrio é analìticamente resolvido pelas equações [1]

$$\begin{cases} \frac{L}{g} \frac{dU}{dT} = Y \mp \frac{L' U^2}{\chi^2 R} \\ S\, dY = (Q - Q_1)\, dT \end{cases} \qquad (9,1)$$

onde χ é o coeficiente de perda de carga; L o comprimento da galeria; L' um comprimento fictício maior do que L, para englobar na perda de carga uniforme as perdas

(1) Para um estudo mais completo deste capítulo ver: «O problema da verificação» Civil Engineering, Abril de 1938;
Vogel, H. D. Hidraulic Laboratory Results and their verification in nature. Trans. ASCE, 101, 597-613, 1936.

(2) Ver «Waves» de C. A. Coulson, 3.ª ed., pg. 74.

(1) V. Manzanares, H. G., pg. 271.

à entrada e na ligação com a chaminé (de secção transversal S); R o raio da galeria (onde a velocidade média é U); Q o caudal fornecido pela conduta forçada à central; Q_1 o caudal escoado pela galeria; e Y o desnível entre o reservatório e a chaminé (variando positivamente de cima para baixo).

Usando a fórmula de Gauckler-Strickler já referida no § 7 (o que conduz a $\chi^2 = C^2 R^{1/3}$), e notando que $Q = U\,\Omega$ (sendo Ω a secção da galeria), obtém-se de (9,1):

$$\begin{cases} Y = \pm \dfrac{L'\,Q_1^2}{\Omega^2\,C^2\,R^{4/3}} + \dfrac{L}{g\,\Omega}\,\dfrac{dQ_1}{dT} \\ S\,dY = (Q - Q_1)\,dT \end{cases} \qquad (9,2)$$

Num modelo construido para estudar o problema das chaminés de equilíbrio, as equações que traduzem o fenómeno poderão escrever-se

$$\begin{cases} y = \pm \dfrac{l'\,q_1^2}{\omega^2\,c^2\,r^{4/3}} + \dfrac{l}{g\,\omega}\,\dfrac{dq_1}{dt} \\ s\,dy = (q - q_1)\,dt \end{cases} \qquad (9,2')$$

Pondo

$$\frac{L}{l} = \frac{L'}{l'} = \lambda_l\ ;\ \frac{\Omega}{\omega} = \sigma_\omega \left(\text{e}\ \therefore\ \frac{R}{r} = \sigma_\omega^{1/2}\right);$$

$$\frac{S}{s} = \sigma_s\ ;\ \frac{C}{c} = k\ ;\ \frac{Y}{y} = \lambda_y\ ;\ \frac{T}{t} = \tau\ ;$$

e

$$\frac{Q}{q} = \frac{Q_1}{q_1} = \xi,$$

as equações (9,2) tomam a forma

$$\begin{cases} \lambda_y\,y = \pm \dfrac{\lambda_l\,\xi^2}{k^2\,\sigma_\omega^{8/3}} \cdot \dfrac{l'\,q_1}{\omega^2\,c^2\,r^{4/3}} + \\ \qquad + \dfrac{\lambda_l\,\xi}{\sigma_\omega\,\tau} \cdot \dfrac{l}{g\,\omega}\,\dfrac{dq_1}{dt} \\ \sigma_s\,\lambda_y\,s\,dy = \xi\,\tau\,(q - q_1)\,dt \end{cases} \qquad (9,2'')$$

e identificam-se com (9,2') desde que

$$\begin{cases} \lambda_y = \dfrac{\lambda_l\,\xi^2}{K^2\,\sigma_\omega^{8/3}} = \dfrac{\lambda_l\,\xi}{\sigma_\omega\,\tau} \\ \sigma_s\,\lambda_y = \xi\,\tau \end{cases} \qquad (9,3)$$

Realizando a semelhança geométrica na forma e nas oscilações da chaminé, será $\sigma_s = \lambda_y^2$ e a última equação escreve-se $\lambda^3_y = \xi\,\tau$.

Do sistema (9,3) resulta então:

a) $\sigma_\omega\,\tau\,\xi = K^2\,\sigma_\omega^{8/3}$

i.e., $\lambda^3_y = K^2\,\sigma_\omega^{8/3}$ ou $\lambda_y = K^{2/3}\,\sigma_\omega^{5/9}$;

b) $\tau = \dfrac{\lambda_l\,\xi}{\sigma_\omega\,\lambda_y} = \dfrac{\lambda_l\,\lambda^3_y}{\sigma_\omega\,\lambda_y}$

donde

$$\tau = \lambda_y\,\lambda_l^{1/2}\,\sigma_\omega^{-1/2} = K^{2/3}\,\lambda_l^{1/2}\,\sigma_\omega^{1/18};$$

c) $\xi = \dfrac{\lambda^3_y}{\tau} = \lambda^2_y\,\lambda_l^{-1/2}\,\sigma_\omega^{1/2} =$

$$= K^{4/3}\,\lambda_l^{-1/2}\,\sigma_\omega^{\frac{29}{18}}$$

Construindo portanto um modelo definido pelas razões K, λ_l, σ_ω e $\lambda_y = K^{2/3}\,\sigma_\omega^{5/9}$ e sendo Q_1 o caudal de regime permanente no original, far-se á funcionar o modelo com um caudal permanente $q_1 = \dfrac{Q_1}{\xi}$. Efectuar-se-á depois a manobra (fecho total ou parcial, abertura, etc.) num tempo t dado por $\dfrac{T}{K^{2/3}\,\lambda_l^{1/2}\,\sigma_\omega^{1/18}}$, sendo T o tempo estabelecido para o original.

Das oscilações verificadas no modelo obter-se-ão as do original multiplicando-as por $\lambda_y = K^{2/3}\,\sigma_\omega^{5/9}$, devendo os períodos ser multiplicados por $\tau = \lambda_y\,\lambda_l^{1/2}\,\sigma_\omega^{-1/2}$.

Se a conduta modelo fosse geomètricamente semelhante à original (àparte a rugosidade) ter-se-ia $\sigma_\omega = \lambda^2_l$ e portanto $\lambda_y = K^{2/3}\,\lambda_l^{\frac{10}{9}}$, $\tau = \lambda_y\,\lambda_l^{-1/2}$ e $\xi = \lambda_y\,\lambda_l^{1/2}$.

Querendo a semelhança geométrica completa seria $\lambda_l = \lambda_y$, o que conduzia a $\lambda_l = K^{-6}$, e o modelo teria certamente dimensões excepcionalmente elevadas (note-se, por exemplo, que com $k = 0{,}80$ viria $\lambda_l = 3{,}8$).

É pois evidente a vantagem de construir um modelo distorcido com o comprimento da galeria reduzida em maior proporção que as suas dimensões transversais e as dimensões da chaminé.

Deve observar-se, no entanto, que por este processo se realiza a semelhança num campo restrito, válida apenas para cada caso particular. No caso anterior, por exemplo, como se não mantém o número de Reynolds da conduta, desaparece a semelhança para todas as grandezas que dele dependem (resistências ao movimento, distribuição de velocidades, etc.).

10. *O efeito de escala nos ensaios sobre descarregadores e comportas. Resultados experimentais.*

A) *Descarregador rectangular de crista delgada*

Como se sabe o caudal escoado por um descarregador é dado por uma expressão da forma

$$Q = c\sqrt{2g}\ B H^{3/2} \quad (10,1)$$

Se construíssemos um modelo na escala $1/\lambda$, teriamos $\frac{B}{b} = \frac{H}{h} = \lambda$; e, não havendo efeito de escala, a relação entre os caudais escoados seria

$$\frac{Q}{q} = \lambda^{5/2}$$

Esta relação pode, no entanto, ser perturbada pela tensão superficial e viscosidade, actuando em proporções diferentes para o original e o modelo. As condições de ventilação também deveriam ser semelhantes num caso e noutro. Por todas essas razões, o coeficiente que figura na fórmula (10,1) não poderá considerar-se independente das dimensões da estrutura, não sendo rigorosamente $\lambda^{5/2}$ a relação de caudais.

Segundo Rehbock, C é dado por

$$c = 2/3\left(0,605 + \frac{1}{320\,h - 3} + \frac{0,08\,h}{p}\right)$$

onde h é a carga e p a altura da crista acima do fundo do canal [1].

Vê-se portanto que há um efeito de escala no estudo do descarregador em modelo reduzido, efeito que, com $H = 65$ cm e $\frac{H}{P} = 1/3$, atinge 7 % quando $\lambda = 25$ e 16,2 % quando a escala é $1/50$.

As possíveis causas deste efeito são a viscosidade (cuja importância parece não ser grande), a tensão superficial — pelo aumento de pressão que provoca — e a diferente distribuição de velocidades no modelo e no protótipo — o que faz com que não sejam proporcionais os efeitos da altura cinética devida à velocidade de chegada.

B) *Descarregador de crista arredondada*

Segundo o Prof. Gibson, os resultados das experiências em modelo reduzido com descarregadores de crista arredondada necessitam apenas de uma pequena correcção desde que a carga no modelo não seja inferior a 0,64 cm.

Usando a expressão $Q = K B H^{3/2}$, mostram resultados já conhecidos que a fórmula

$$K_m = K\left(1 + \frac{0,00056}{\lambda}\right)$$

(sendo λ a razão de semelhança geométrica) nos relaciona os coeficientes a utilizar no modelo K_m e no original K com um erro da ordem de 1 %.

Mostra a fórmula que $K_m > K$. Conhecem-se, no entanto, casos em que a descarga no modelo foi proporcionalmente menor do que no protótipo. As dificuldades de se obterem resultados mais exactos resultam muitas vezes de se reproduzir apenas o descarregador, sem nos preocuparmos com a semelhança do canal que o antecede (o que tem importância pela influência que exerce no movimento dos filetes).

Em geral, podemos dizer que, com h superior a cerca de 6 mm, e reproduzindo também um comprimento suficiente da corrente a montante do descarregador, o erro não vai além de $\pm$ 5 %.

Se houver possibilidade de a descarga ser afectada pela corrente a jusante, pode atender-se a esse efeito regulando a saída da água por forma a mantê-la a um nível conveniente.

[1] Ver outras expressões de Manzanares, H. G., pg. 423.

C) *Descarregadores em sifão*

Os trabalhos que se conhecem sobre o assunto de Gibson, Aspey e Tattersal mostraram que o efeito de escala se faz sentir notàvelmente enquanto V d (sendo V a velocidade em $^{m}/_{s}$ e d o diâmetro na secção mais alta) não atingir 0,17 $^{m^2}/_{s}$.

Quando v d exceder este valor, pode esperar-se que as linhas de corrente e o coeficiente de vazão sejam sensìvelmente os mesmos no modelo e no original.

A condição $V d > 0{,}17\ m^2/s$ fixar-nos-á, em cada caso, o valor limite a atribuir à escala $^1/_\lambda$ em que deve ser construído o modelo.

Por exemplo, com $D = 0{,}9$ m e $H = 4{,}5$ m supondo $C = 0{,}8$, vem $V = C\sqrt{2gH} = 7{,}5\ ^m/_s$.

No modelo com escala $^1/_\lambda$ será

$$v = \frac{7{,}5}{\sqrt{\lambda}} \quad e \quad d = \frac{0{,}9}{\lambda}.$$

Fazendo

$$\frac{7{,}5}{\sqrt{\lambda}} \cdot \frac{0{,}9}{\lambda} > 0{,}17,$$

obtém-se $\lambda < 11{,}7$, condição a que deve satisfazer a razão de semelhança geométrica para que o coeficiente de vazão pouco difira do valor que tem no original.

Para evitar o cálculo de λ em função da velocidade (que inicialmente é desconhecida), procuraram Gibson, Aspey e Tattersall resultados que dependessem de $d\sqrt{h}$ em vez de V d. E para sifões com a forma daqueles que usaram nas suas investigações concluíram que é desprezável o efeito de escala desde que $d\sqrt{h}$ não seja inferior a $0{,}047\ m^{3/2}$.

D) *Evacuadores de cheia em boca de sino*

Grande número de experiências tem sido feitas par vários observadores sobre o comportamento dos evacuadores em boca de sino, usados para descarregar as cheias.

Estudando o problema em modelo reduzido na escala $^1/_\lambda$, sabe-se já que a razão dos caudais seria $\lambda^{5/2}$, se não houvesse qualquer perturbação devida à redução nas dimensões da estrutura. Para estudar a influência das dimensões do modelo, Mr. Binnie fez experiências sobre um tipo particular de evacuador com 4 modelos de escalas diferentes ($^1/_{19}$, $^1/_{24}$, $^1/_{29{,}4}$ e $^1/_{43{,}5}$). As três primeiras conduziram a resultados análogos, mas a última apresentou um efeito de escala evidente, tanto na razão da descarga como nas depressões observadas em vários pontos do túnel.

Sendo h a altura do bordo do descarregador acima do centro da saída do túnel e d o diâmetro do mesmo, concluíu Mr. Binnie que se evita o efeito de escala com $d\sqrt{h} > 0{,}25\ m^{3/2}$.

Convém observar, no entanto, que este valor só tem significado para os descarregadores com as mesmas proporções do que ensaiou aquele experimentador, e no qual o comprimento do túnel era cerca de 3 vezes a altura h. Se for maior o comprimento do túnel, aumenta o efeito da viscosidade e o valor crítico de $d\sqrt{h}$ deve ser maior do que $0{,}25\ m^{3/2}$.

E) *Modelos de comportas*

Se construirmos um modelo de uma comporta com a razão de semelhança geométrica igual a $^1/_\lambda$, ainda neste caso a vazão do original se obtém da do modelo multiplicando-a por $\lambda^{5/2}$, desde que não haja efeito de escala.

Para estudar este efeito, Hurst e Watt fizeram comparações extremamente interessantes entre uma das comportas da barragem de Assuan (no Nilo) e 3 modelos construídos nas escalas $^1/_{33\,1/3}$, $^1/_{50}$ e $^1/_{66\,2/3}$. A maior discrepância entre a descarga no modelo e no protótipo verificou-se com o modelo mais reduzido, sendo igual a — 4,6% (o modelo deu uma vazão proporcionalmente maior). O erro médio de todas as observações foi de 0,4 %.

Quando a profundidade da água em pontos afastados da passagem seja consideràvelmente menor que a carga, é provável que a tensão superficial seja responsável por algumas das divergências observadas na descarga das comportas.

Tomando depois modelos construídos

na escala $\frac{1}{33^{1/3}}$, procuraram Hurst e Watt examinar o efeito da rugosidade. Para isso envernizaram a superfície e lançaram regularmente sobre o verniz, ainda viscoso, areia de diferentes granulometrias (de $\phi = 0{,}25$ e 0,50 mm aproximadamente).

A diminuição provocada na vazão foi de 2,4 e 3,1 % respectivamente, sendo o efeito completamente regular para todas as alturas.

Por estas e outras experiências concluiram aqueles experimentadores que, para obras de alvenaria de pedra lisa, devem os modelos ter a superfície de metal liso ou de madeira pintada ou envernizada.

Algumas vezes há que recorrer a uma escala vertical λ_z diferente da horizontal λ_x — o que pode suceder, por exemplo, quando a comporta é apenas uma parte de uma estrutura mais ampla — e o que interessa então é ver a influência da distorsão no coeficiente de vazão.

O problema foi estudado por Allen [1], e das experiências que realizou parece concluir-se que os caudais no original e no modelo estão na razão $\lambda_x \lambda_z^{3/2}$ [2], com suficiente aproximação em grande número de casos práticos, mesmo que λ_x seja grande comparado com λ_z.

E nos casos, pouco frequentes, em que aquela relação não é satisfatória, o efeito de escala pode ser corrigido por um ajustamento relativamente pequeno da área do modelo.

* * *

Concluimos assim algumas notas sobre os ensaios em modelo reduzido, mostrando as restrições e cuidados a tomar quanto ao emprego de modelos de dimensões muito pequenas. O «efeito de escala» está ainda por resolver completamente em muitos casos de interesse prático, e o ideal seria obter coeficientes correctivos a aplicar aos ensaios em tais modelos para obter os resultados que se observam no original.

(1) Ver «Scale models in Hydraulic Engineering».

(2) Notar que o caudal descarregado é dado por $Q = CS\sqrt{H}$, sendo S a área sob a comporta e H a diferença de alturas a montante e jusante, e ver § 6.

BIBLIOGRAFIA

1. *Idraulica*, por Umberto Puppini.
2. *Hydraulic Laboratory Practice* (1926-1929).
3. *De l'emploi des models reduits pour l'étude des effets de la houle sur les aménagements portuaires*, por Gridel.
4. *Scale models in Hydraulic Engineering*, by J. Allen.

DO MUNDO TÉCNICO

O vidro-isolante nas máquinas eléctricas

C. D. 621.315.612 : 621.313

A escolha de materiais que possuam superiores qualidades isolantes, para o emprego nos isolamentos das máquinas eléctricas tem apresentado dificuldades, devido ao problema de encontrar um material fibroso que seja capaz de resistir aos esforços mecânicos a que é sujeito quando da construção do enrolamento e quando submetido a elevadas temperaturas de funcionamento.

Os isolantes da classe B incluem materiais inorgânicos que resistem melhor ao calor que os da classe A, mas são mecânicamente mais fracos, tendo de ser reforçados com seda ou algodão. O seu emprego sugeriu também o problema de encontrar vernizes compactantes e impregnantes capazes de suportar temperaturas elevadas.

A introdução dos silicones e do vidro em fibra constitue um notável progresso neste campo.

Fazendo fibras extremamente finas, conseguiu-se uma flexibilidade adequada e viu-se que ela varia inversamente com o quadrado do diâmetro da fibra.

Empregando fibras de 0,005 — 0,006 mm de diâmetro conseguiu-se fazer fio, fita e manga.

Estas fibras possuem alta resistência à tracção mas não podem ser dobradas segundo um ângulo muito apertado.

Escolhendo matérias-primas livres de bases alcalinas consegue-se um vidro impermeável á água e com particulares propriedades isolantes.

Tendo-se encontrado um material com boas propriedades isolantes e mecânicas, tanto a elevadas temperaturas como quando sujeito à humidade e agentes químicos corrosivos, teve de se escolher um bom verniz compactante e impregnante. Ora o verniz sintético orgânico mais resistente ao calor não o é tanto

como o vidro, donde resulta que é o verniz que vai determinar a qualidade do isolamento. Mas o emprego do verniz de silicone juntamente com o vidro permite um aumento bastante grande do valor da elevação de de temperatura admissível, embora ele apresente alguns inconvenientes ainda não debelados.

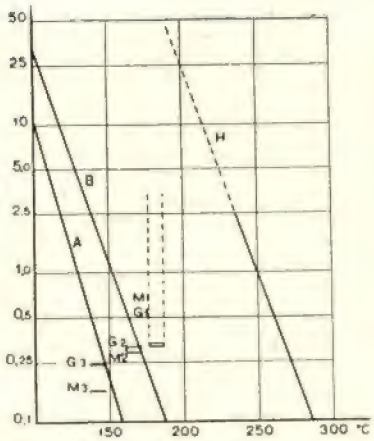
Há que ter em conta o alto preço que custa o seu emprego, e ver se se justifica o aumento de perdas no cobre resultante do aumento da densidade de corrente, pelo facto de podermos conseguir um melhor coeficiente de utilização da matéria.

Fizeram-se ensaios comparativos com motores Asea do tipo M K B 15 (motores de indução, trifásicos, 10 kW, 380 V e 1 500 r. p. m., velocidade de sincronismo) usando isolamentos das classes A, B e «H».

Nestas máquinas, o isolamento da classe A é do tipo vulgar, o da classe B é constituído por mica e vidro impregnados com o melhor verniz orgânico à prova de fogo da Asea, mas sem presspahn ou seda como material reforçante, e o da classe «H», é constituído por mica, vidro e verniz de silicone, estes dois últimos materiais obtidos da Dow Corning Corp., U. S. A.

Ensaiaram-se duas máquinas de cada classe, trabalhando uma como motor e a outra como gerador. Criaram-se as condições tendentes a envelhecer os isolamentos num curto período.

O quadro seguinte resume os resultados dos ensaios:



Tempo de duração das várias classes de isolantes em função da temperatura

Máquina	Temperatura		Condição do isolamento, depois dos ensaios	Tempo total h	Tempo de eficiência do isolamento h
	Média	Máxima			
Classe A	135-145° C	150-155° C	Estalado	1381 2141	1300 2000
Classe B	160-170° C	190-200° C	Estalado	2507 2922	2300 2700
Classe «H»	175-185° C	190-200° C	Eficiente	3006 2922	> 2800 > 2700

Os resultados obtidos na Asea são concordantes, dentro dum certo êrro, com os obtidos pelos americanos.

Do gráfico junto, tirado de um «AIEE Technical Paper», se vê nìtidamente a grande distância que separa os isolamentos da classe «H» dos isolamentos das classes A e B.

No entanto, opõem-se inconvenientes ao uso dos isolamentos da classe «H».

Nos motores de indução normais, entre outros factos a considerar, há o do elevado preço do custo do isolamento e o problema da manutenção e lubrificação das chumaceiras a temperaturas elevadas.

O emprego destes isolantes é aconselhado em casos especiais, nomeadamente em motores de locomotivas eléctricas, carros eléctricos e aviões, motores industriais em condições de trabalho muito pesadas e transformadores de refrigeração a ar.

(Asea Journal, 8-9, Ag. Set. 1951)

Um "ignitrão„ sem bombagem

C. D. 621.314.65

A «Electrical Engineering», de Outubro de 1951, insere um artigo que trata da constituição e ensaios dum tipo de rectificador de vapor de mercúrio, em tina metálica, no qual se conseguiu um objectivo há muito desejado: a supressão de bombas para manter um grau de rarefacção conveniente.

Espera-se que este «ignitrão» esteja em sevriço, pelo menos 5 anos, sem ser preciso fazer-se uma revisão, e que tenha uma vida total de 20 anos.

Tomam-se cuidados especiais nas soldaduras e na rarefacção, sendo este rectificador provido de uma «válvula de vácuo» (permitindo que se efectuem novas rarefacções), válvula esta que é fechada após se ter efectuado a rarefacção. Como se viu que este dispositivo não era suficientemente estanque, previu-se uma cobertura da válvula constituindo uma câmara, do lado da atmosfera, e na qual se faz a rarefacção, sendo terminada por um tubo de vidro, que, por sua vez, é protegido por uma manga metálica.

Um grupo de 6 destes «ignitrões», com a potência de 1 000 kW a 250 V, foi recentemente adquirido pela «Baltimore and Ohio Raibroad Company».

25 ANOS DE TRABALHO DEDICADO À "TÉCNICA"

Não está nos hábitos da nossa Revista a publicação de assuntos estranhos à índole daqueles que realmente constituem o campo técnico, científico, pedagógico ou social que possam interessar aos Engenheiros e alunos de Engenharia portugueses.

Abrimos, porém, neste número, uma excepção que achamos se impõe como um dever a nós que constituímos a Direcção da «Técnica».

A 3 de Fevereiro de 1952, completa vinte e cinco anos de labor dedicado á nossa Revista, o Senhor Teófilo Rodrigues; a «Técnica» festejou o ano passado os seus vinte e cinco anos de existência; quer dizer, comemoram quase ao mesmo tempo as Bodas de Prata. O Sr. Rodrigues ajudou a ampará-la nos seus primeiros passos tímidos, mais seguros depois; viu-a crescer, marcar a sua presença nos meios técnicos portugueses. Assim se compreende a dedicação e estima que todos conhecemos no senhor Rodrigues para com a «Técnica».

Seria impossível à Direcção, pelos seus afazeres escolares, dispor de tempo suficiente para poder atender e solucionar todos os múltiplos problemas que constantemente se deparam e que fazem parte da vida duma publicação do género da nossa. Deve-se ao Sr. Rodrigues o encadeamento das numerosas pequenas tarefas, a digestão do que o mundo exterior nos envia de todas as formas e a todas as horas, para isolar o reduzido número de problemas que depois à Direcção competirá resolver. E esses problemas são então fácil e ràpidamente solúveis pela maneira simplificada como são apresentados.

Todos os que por cá têm passado, nas sucessivas Direcções, sentem bem quão difícil, senão impossível, lhes teria sido manter a regularidade e continuidade na publicação da nossa Revista, se não pudessem contar com o apoio incansável do Sr. Rodrigues. Ele vive apaixonadamente todos os problemas da «Técnica», e todos sabemos quantos sacrifícios até é capaz de fazer para que

TEÓFILO RODRIGUES

ela continue a ocupar sempre a posição de prestígio que soube conquistar.

Pelo invulgar zelo com que tem servido a «Técnica», pela eficiência de todos os trabalhos que realiza, queremos, pùblicamente e em nome de todas as Direcções que testemunharam a solicitude que lhe deve a nossa Revista, e em nome de todos os muitos que do seu devotado trabalho têm colhido frutos, manifestar-lhe o nosso mais profundo reconhecimento.

Possa a «Técnica» conservar em si o Sr. Rodrigues e conservará um esteio de inestimável valor para o seu progresso e bom cumprimento dos fins que se propõe realizar.

BIBLIOTECA

Na organização do seu ficheiro particular os leitores, sobretudo os que menos conhecem a Classificação Decimal, terão dificuldades na ordenação do respectivo ficheiro; publicamos agora a exemplificação da ordem correcta, para que as referências fornecidas, recortadas e coladas em rectângulos de cartolina com as dimensões normais 75×125 mm possam ser arquivados devidamente.

Na ordenação das fichas segue-se o princípio de que o mais geral deve anteceder o mais particular.

Quando o número de classificação da ficha é simples, sem sinais além do ponto a separar os grupos de três algarismos, é a ordem natural do número que serve para a sua arrumação.

Assim

624.024 coberturas — precede —
624.024.41 coberturas em cúpula
535 óptica — precede — 535.1 teoria da luz

A ordenação de números iguais mas formando números compostos, isto é, possuindo os outros sinais convencionais da classificação decimal é a seguinte:

Sinais convencionais e sua significação

1.º	+	adição
2.º	/	classes
3.º	.	os números simples
4.º	:	relação
5.º	[ ]	relação subordinada
6.º	=	língua
7.º	(0)	forma
8.º	( )	lugar
9.º	» »	tempo
10.º	A/2	indivíduo
11.º	.00	ponto de vista
12.º	— ou .0	análise

Exemplificando para o número simples

661.25 indústria ou produção do ácido sulfúrico.
661.25 + 661.27 indústrias dos ácidos sulfúrico e clorídrico.
661.25/7 ou 661.25/661.27 indústrias dos ácidos sulfúrico, nítrico *e* clorídrico.

Obs. — 661.26 — Acido nítrico.

661.25 indústria do ácido sulfúrico
661.25 : 331.87 organização do trabalho na indústria do ácido sulfúrico
661.25 [31] estatística sobre a indústria do ácido sulfúrico
661.25 = 3 documento sobre a indústria do ácido sulfúrico escrito em alemão
661.25 (08) colectânea sobre a indústria do ácido sulfúrico
661.25 (45) a indústria do ácido sulfúrico em Itália
661.25 «1951» a indústria do ácido sulfúrico em 1951
661.25 C U F o ácido sulfúrico da Companhia União Fabril
661.25.001.5 a investigação na indústria do ácido sulfúrico
661.25.02 equipamento para a indústria do ácido sulfúrico

Exemplos da arrumação de números possuindo mais de um dos sinais convencionais:

629.135.2 (469) — precede — 629.135.2.004.4 (469)
629.135.2 Dakota — precede — 629.135.2 Junker
629.135 2 (02) = 6 — precede — 629.135.2.02 = 6

Os assuntos que as fichas publicadas quer na «Técnica», quer nas folhas de Ficheiro referenciam, estão patentes à consulta a partir desta data.

REFERÊNCIAS SOBRE LIVROS RECEBIDOS

Diesel Maintenance (3.ª edição — 1950) — *T. H. Parkinson, M. I. Mech. E.*

Págs. 240 — Preço 7 sh. 6 d 1 net.

O primeiro capítulo desta obra apresenta-nos sucintamente a história dos modernos transportes diesel. Muito à vontade, o autor explica-nos os progressos feitos desde 1928 — ano em que apareceu em Inglaterra o primeiro transporte diesel — até ao presente.

Dos outros capítulos, que tratam pròpriamente da manutenção dos motores, o segundo refere-se à melhor maneira de estabelecer o plano das reparações, na base *tempo de serviço* ou na base *quilómetro andado*, consoante as características particulares do veículo e do serviço. A norma de esperar por uma avaria para então realizar reparações é completamente condenada.

O terceiro capítulo dá algumas indicações sobre a *manutenção preventiva*, que compreende as inspecções regulares e mais frequentes, e a *manutenção correctiva*, que diz respeito às reparações gerais.

O mais extenso capítulo, o quarto, trata do equipamento de injecção — o coração do motor diesel. A primeira parte estuda a manutenção normal, em especial dos filtros, injectores e condutas de óleo; a segunda refere-se aos cuidados a ter com a bomba de injecção, que é considerada como um verdadeiro instrumento de precisão, e ainda aos tipos mais recentes de reguladores (centrífugos, pneumáticos e hidráulicos); a terceira e última dá noções muito úteis sobre a calibragem das bombas de injecção.

Os capítulos 5, 6, 7 e 8, mais gerais, são dedicados ao ajustamento e alinhamento dos auxiliares do motor, aos testes de bancada e de estradas, ao problema das

peças sobressalentes e da «salvação» das peças usadas e aos preceitos mais importantes a que tem de obedecer o projecto de garagens e oficinas.

O último capítulo preocupa-se com o futuro do motor Diesel. Além da tendência moderna do emprego da injecção directa nos veículos pesados de carga e passageiros o autor dá-nos uma ideia rápida dos aspectos mais característicos da construção actual.

O livro termina com um apêndice de instruções práticas variadas, que abrangem conselhos de desmontagem e montagem, localização de avarias e maneira de repará-las, dificuldades de arranque, diagramas de distribuição, etc.

Esta obra de Parkinson é sobretudo útil para as empresas ou serviços que têm a seu cargo a manutenção dum grande número de veículos, mas também é muito proveitosa para os técnicos que se têm de preocupar apenas com uma unidade de transporte Diesel.

FICHEIRO

C. D. 373

Sobre o ensino técnico elementar — *Dr. Ferreira de Macedo.*
Revista Técnica, 1932, vol. I, pág. 6.

C. D. 523.8 «∞» (09)

Histoire de l'Astronomie stellaire jusqu'à l'époque contemporaine — *H. Mineur.*
Hermann & Cie, 1934, págs. 1-57.

C. D. 526.9 (02)

Lecciones de topografia — *Luis G. Castellá.*
Bosch, Casa Editorial — Barcelona, vol. I, págs. 280.

C. D. 624.012.4 (003.4)

Regulamento do betão armado.
Separata da «Técnica», 1944, vol. I, págs. 97.

C. D. 625.84.036.2

Stresses in concrete runwais of airports — *H. M. Westergaard.*
Harward University, 1940-41, págs. 197 a 202.

Reprinted from Proceedings of the Nineteenth Annual Meeting of the Highway Research Board — December 1939.

C. D. 626.001.572

Le Laboratoire Central d'Hydraulique; ses nouveaux aménagements; quelques essais effectués — *Jean Laurent.*
Maisons-Alfort, vol. I, págs. 30.

C. D. 627.2 (46) Barcelona

Memoria acerca del Puerto de Barcelona.
Junta de Obras y Servicios del Puerto de Barcelona, 1947, vol. I, págs. 320.

Tem fotografias, plantas e gráficos.

C. D. 628.1 (469)

Obras de abastecimento de água à cidade de Lisboa — *Luis Veiga da Cunha.*
Boletim da Ordem dos Engenheiros, 1937, vol. I, págs. 14.

C. D. 628.972.7

The new approach to Room Lighting — *Parry Moon.*
Illuminating Engineering, 4-4-949, vol. XLIV, págs. 5.

C. D. 663.63:546.13

Viability and destruction of the cyst of endameba histolytica — *S. L. Chang and G. M. Fair.*
Harward University, 1941, vol. I, págs. 10.

C. D. 669.013.4.002

Preparation of high melting alloys with the aid of electron bombardment — *Ralph Hultgsen and M. H. Pakkola.*
Harward University, 1940, vol. I, págs. 4.

ARTIGOS DE REVISTAS

C. D. 339.4.011

L'Accroissement de La Productivité. Signification et Portée — *G. Deurinek.*
Energie, 3-4-951, n.º 106, págs. 1315-1320.

C. D. 51 (078)

El método de laboratório en la enseñanza de la Matemática — *Matilde O. de Macagno.*
Gazeta de Matemática, 3-951, vol. XII, n.º 47, págs. 1 a 9.

C. D. 512.31

Sull' approssimata rappresentazione di alcune serie con polinomi semplici construibili elementarmente — *Vincenzo G. Cavallaro.*
Gazeta de Matemática, 3-951, vol. XII, n.º 47, págs. 9 a 11.

C. D. 537.542.2

Secondary-Emitting Surfaces in the Presence of Oxide--Coated Cathodes — *S. Nevin and H. Solinger.*
Electrical Communication, 6-951, vol. 28, n.º 2, págs. 103-105.

Fábrica Portugal

S. A. R. L.

LISBOA

MOBILIÁRIO METÁLICO

EM TODOS OS GÉNEROS

Instalações completas para :

Mobiliário moderno
para

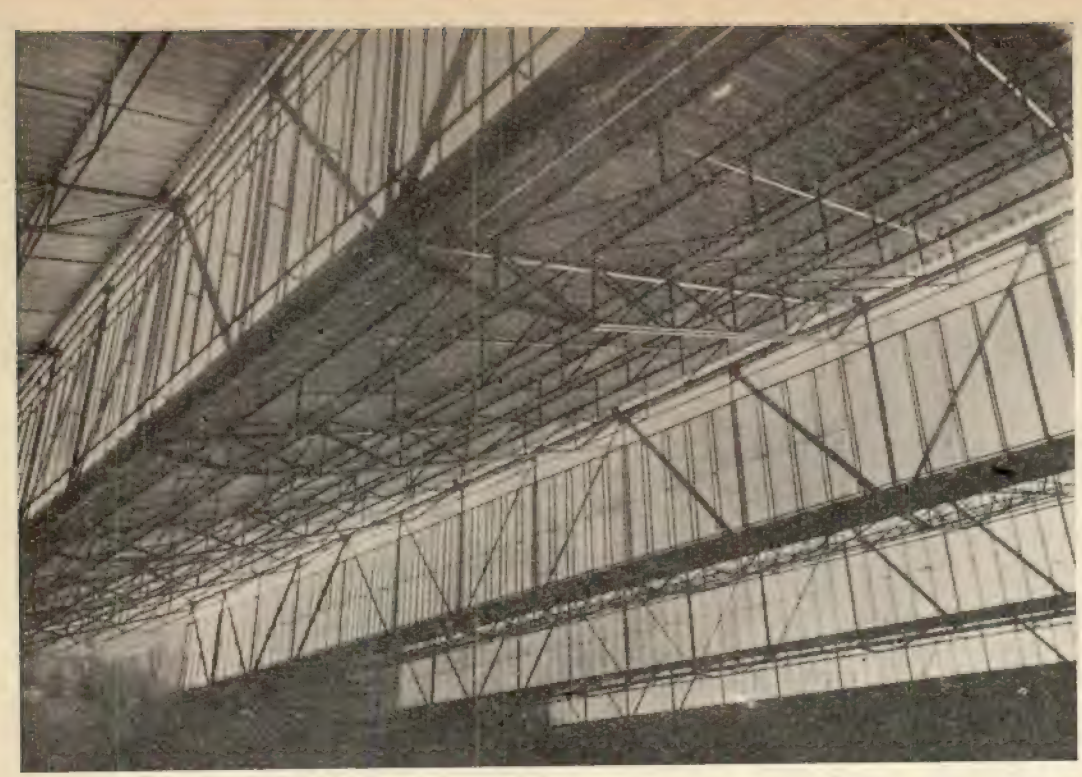
ESCRITÓRIOS
ESCOLAS
BIBLIOTECAS

CLÍNICAS
HOSPITAIS
SANATÓRIOS
CINEMAS
HOTÉIS
ESPLANADAS

SALAS DE EXPOSIÇÕES :

Rua Febo Moniz, 2 a 20 — Praça dos Restauradores, 49 a 57

Avenidas da República e Elias Garcia — Rua da Graça, 82 e 84



Aspecto duma das coberturas feitas para as Fábricas Barros, L.da

Executada por

OMES

OBRAS METÁLICAS ELECTRO-SOLDADAS, L.DA

Nesta oficina executam-se também os seguintes outros trabalhos:

Reservatórios, estruturas metálicas para aparelhos de elevação, postes metálicos, condutas metálicas, pontes metálicas, etc.

Sede:

Avenida Infante D. Henrique — Talhão 10

Telef. 3 9008

LISBOA

C. D. 537.542-2

Life of Valves with Oxide-Coated Cathodes — *C. C. Eaglesfield.*

Electrical Communication, 6-951, vol. 28, n.º 2, págs. 95-102.

C. D. 539.13

Détermination de la masse et de la forme des molécules en solution — *J. Pouradier.*

Industrie des Plastiques Modernes, Março 1951, vol. 3, n.º 3, págs. 30 35; 49.

C. D. 547.419.5

Les Silicones — D'excellents matériaux industriels — *Roberi Gay.*

Industrie des Plastiques Modernes, Fev.-Mar. 1951, vol. 3, n.º 2-3.

C. D. 621.3-9-585

Les variateurs-régulateurs de vitesse électroniques — Les caractéristiques — *René Larguier.*

Eléctricite, 10-951, n.º 176, págs. 245-251.

C. D. 621.313.017.72

Considerozioni sul Dimensionamento dei Canali Assioly di Ventilazione — *Luciano Merigliano.*

L'Elettrotecnia, 8-951, vol. 38, n.º 8, págs. 352-353.

C. D. 621.313.322-82

The Harspranget Generators.

ASEA Journal, 1951, vol. 24, n.ºs 5-6, págs. 90-91.

C. D. 621.315.082

Measurements on Power-Transmission Systems — *F. J. Lane.*

Engineering, 2-11-951, n.º 4475, págs. 571-572.

C. D. 621.315 1.015.3

El rayo y sus efectos en las lineas eléctricas — *Juan Ingles Comas.*

Revista Industrial y Fabril, 8-951, vol. VI, n.º 59, págs. 436-441.

C. D. 621.315.212.0022

Manufacture of Coaxial Cables.

Electrical Communication, 8-951, vol. 28, n.º 2, págs. 83-89.

C. D. 621.331.3.025.1

Single-Phase Electric Traction at 50 Cycles.

Engineering, 26-10-951, n.ºs 4474-75, págs. 521-522, 545-548.

C. D. 621.35

Elettrochimica e scienza dei metalli — *Roberto Piontelli.*

La Metallurgia Italiana, 9-951, vol. XLIII, n.º 9, págs. 361-368.

C. D. 621.396.61.018.213

Suppression of Harmonics in Radio Transmitters — *George T. Royden.*

Electrical Communication, 8-951, vol. 28, n.º 2, págs. 112-120.

C. D. 621.396.619

Quantization Distortion in Pulse-Count Modulation with Nonuniform Spacing of Levels — *P. F. Pantev and W. Dite.*

Electrical Communication, 6-951, vol. 28, n.º 2, págs. 121-126.

C. D. 621.771.24

Les nouveaux laminoirs à tôles fines d'Ouico de la Société Anonyme Métallurgique d'Espérance-Lugdoz — *F. de Bassompierre.*

Energie, 3-4-951, n.º 106, págs. 1331-1343.

C. D. 622.794.4:660.4

The Drying of Ironstone.

Metallurgia, 1-951, vol. 43, n.º 225, págs. 29-30.

Secagem dos minérios de ferro; Descrição dos secadores. Resultados obtidos.

C. D. 624.024-013

La nueva tribuna cubierta del «Stadium» da Univ. de Whashington — Estrutura de aço soldada — *Edwards.*

Rev. de Obras Públicas, 3-951, n.º 2831, pág. 2.

C. D. 624.072.32/33

Pórticos y arcos calculados por el método funicular — *Ingeniero S. Rubió.*

La Ingenieria, 6-6-951, vol. LV, n.º 912, pág. 179.

C. D. 624.2/8-012.47

Puentes de hormigon prétensado — Tradução e resumo — *Bauer e Leonbardt.*

Rev. de Obras Públicas, 3-951, n.º 2831, pág. 4.

C. D. 625.7

Varios casos de saneamiento y defensa de tramos de carretera contra diversas formas de agua — *Jesus Benavent.*

Rev. de Obras Públicas, 2-951, n.º 2830.

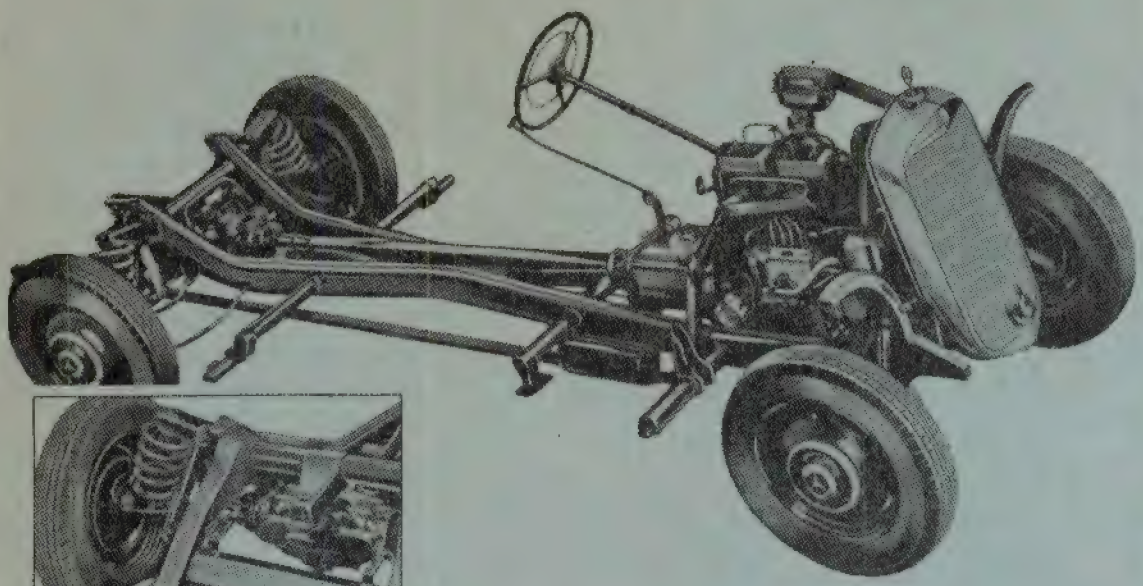
C. D. 625.84

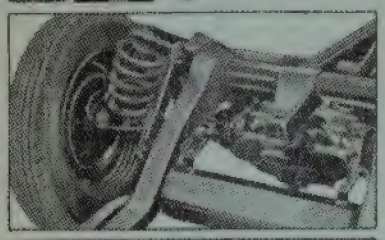
Puesta en obra de un tramo experimental de carretera de hormigon vidrado — Graficos e fotos — *Eng.º Luiz Sierva.*

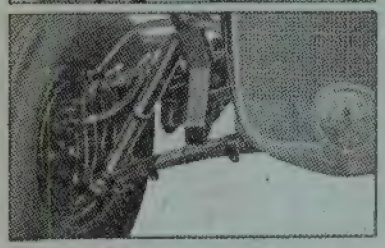
Informes de la Construccion, 1-951, n.º 27.

Colocação e maquinaria, procedimento para a construção de juntas transversais.

MERCEDES-BENZ
DIESEL







O EXAME DO CHASSIS DO
MERCEDES-BENZ DIESEL

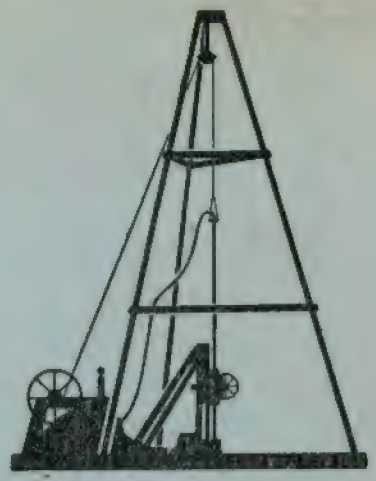
revela-nos o segredo das extraordinárias qualidades de resistência e comodidade deste modelo, que aliadas à sua incomparável economia o tornam o automóvel ideal para serviço intensivo. A rigidez do quadro tubular fortemente travado, a suspensão independente das 4 rodas e a criteriosa disposição dos amortecedores hidráulicos telescópicos garantem-lhe condições únicas de conforto e estabilidade.

REPRESENTANTES

C. SANTOS L.DA

PORTO LISBOA COIMBRA

AGENTES EM TODO O PAÍS



RODIO

As melhores referências
no país e no estrangeiro

SONDAGENS RODIO, Limitada

Sondagens geológicas, estudo da resistência e permeabilidade de terrenos; laboratório geotécnico

Pesquisas de água.

Consolidação e impermeabilização de terrenos e de obras por meio de injecções de cimento, produtos químicos, argila activada, emulsão betuminosa Shellperm, etc.

Estacas de betão armado, sistema **Ródio** moldadas no solo sem trepidações.

Rebocos comprimidos por «cement gun»

Fundações em terrenos difíceis quer por congelação artificial, quer por abaixamento do lençol de água.

Sócio gerente residente em Portugal:
Walter Weyermann, Eng. civil

R. S. Mamede ao Caldas, 22, 3.° — LISBOA

Tel. 2 8685

CIBRA

CIMENTOS PORTLAND BRANCOS

PATAIAS LUSO

Bons entre os melhores

PARA ACABAMENTOS

PEDRA ARTIFICIAL E MOSAICOS

TRABALHOS MARÍTIMOS

PISTAS E FAIXAS DE ROLAGEM

OBRAS DE RESPONSABILIDADE

Rua Vitor Cordon 1, 2.° — LISBOA

TELEFONES 30765/2 linhas

BIBLIOTECA IST

Alfa Romeo

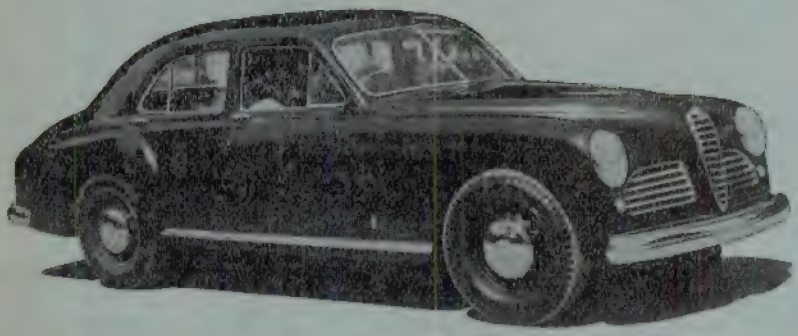
CAMPEÃO DO MUNDO

APRESENTA

A NOVA SÉRIE DOS SEUS PRODUTOS

1900

Berlina normal
Coupé C. Touring
Cabriolet C. Pinin Farina
Cabriolet L. Stab Farina



2500

Flecha de ouro
Berlina Pinin Farina
Grande turismo (3 Carb.)
Cabriolet touring

RECORDA

Os camiões tipo 450 e 900 de média e grande carga.
Os autocarros 450 a e 900 a para serviços turísticos, os troley-bus, motores de aviação, marítimos e industriais, grupo electrogéneos, os perfilados e asas de ligas leves.

ALFA ROMEO
Direcção e escritórios:
MILÃO — RUA M. U. TRAIANO, 33

PNEUS PIRELLI

FÁBRICA DE PORCELANA DA VISTA ALEGRE, L.DA

Fundada em 1824

POR

José Ferreira Pinto Basto

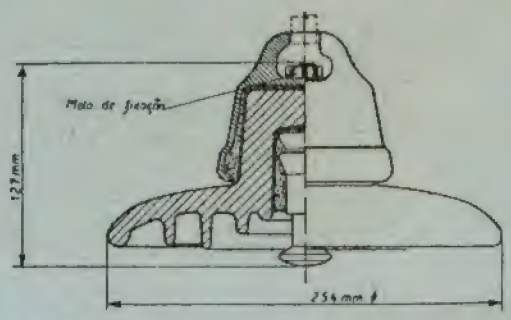
ISOLADORES DE CADEIA

Para suspensão

Tipo ACS 25

Este isolador é igual ao tipo I. B. S. 99 da firma inglesa Taylor Tunnicliff & Co., Ltd., por acordo com a qual o fabricamos

Peso aproximado:
4,3 kg cada elemento



Materiais

Porcelana vidrada em castanho.
Campânulas de ferro fundido maleável, galvanizadas por imersão a quente.
Hastes de aço macio galvanizadas por imersão a quente.
Molas de fixação de bronze fosforoso.

Lisboa — Sede: Largo da Biblioteca 17 ——— **Fábrica em Ílhavo — Aveiro**
Depósitos: Lisboa — Largo do Chiado 18 ——— **Rua Cândido Reis, 118 — Porto**

CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, LIMITADA

PRAÇA DO MUNICÍPIO, 13, 3.º — LISBOA — Telefone 2 2344

Execução de estacas moldadas no terreno para fundação de um Silo Parabólico da C. U. Fabril, no Barreiro

FUNDAÇÕES

BETÃO ARMADO

OBRAS PÚBLICAS

Material para terraplanagens

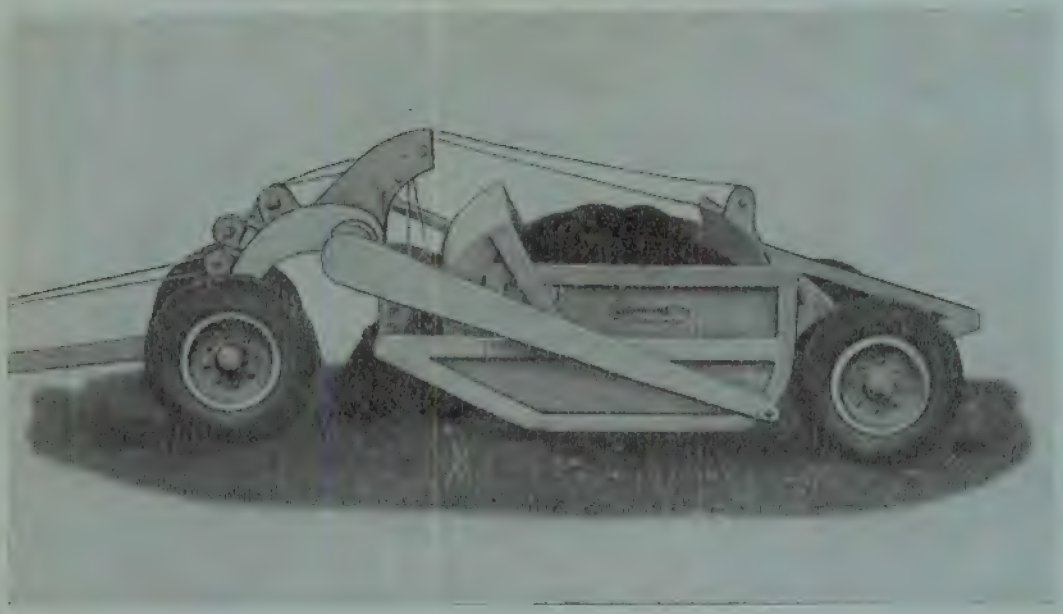
SCRAPERS

BULLDOZERS

RIPPERS

CILINDROS PÉS-DE-CARNEIRO

ETC.



EQUIPES PARA TRACTORES DE 50-70 E 140 HP

ENTREGAS RÁPIDAS

CONSULTE:

MONTEIRO GOMES, LIMITADA

Rua Cascais, 47 — LISBOA

Telef. 37083

PORTO ——————————— LUANDA

MÁQUINAS-FERRAMENTAS

Diferenciais eléctricos «**SWF**» de todos os tipos e para todas as aplicações

Bombas centrífugas, compressores e bombas de vácuo «**Klein, Schanzlin e Becker**»

Motores a óleos pesados «**SKODA**»

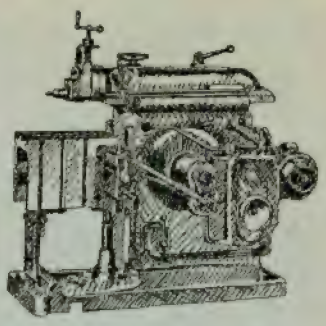
Tractores e debulhadoras «**LANZ**»

Fornos a óleos pesados e eléctricos «**Ruppmann**»

Transportadores aéreos

Máquinas para Caminho de Ferro «**Froriep**»

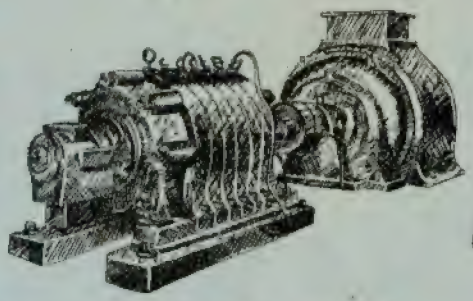
ETC.



Máquinas de soldar, eléctricas e a autogéneo

—

Ferramentas de precisão



Ferramentas eléctricas portáteis

Material para garagens e estações de serviço «**ATI**»

—

Aços finos "Roechling"

O maior depósito de máquinas, novas, do País

MÁQUINAS DE PRECISÃO, L.DA

(Eng.º J. d'Arriaga de Tavares)

RUA DA BOA VISTA, 45 - 49, 1.º — LISBOA — TEL. 6 6086

SOPECATE

Sondagens e Fundações

Director Técnico

Eng.º Mello Gouveia

Rua do Arsenal, n.º 146-2. Esq.º

Telefone 34010 LISBOA

Sondagens para a Sociedade Nacional de Sabões, Ltd.ª

"GREY"

Vigas e Ferros T

Agentes exclusivos para Portugal e Colónias Portuguesas

NOGUEIRA LIMITADA

LISBOA

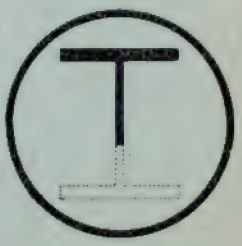
107 — R. dos Douradores

Tel. 21381 — 21382 — 30655

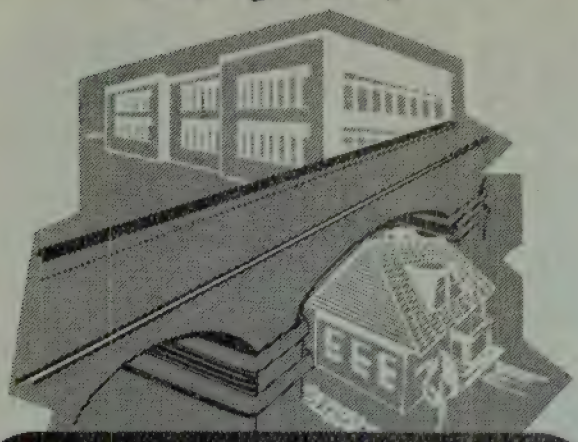
PORTO

136 — Rua do Almada

Tel. 27167



Em qualquer construção



3 Garantias de Segurança e Economia

O Material RUBEROID

O Método RUBEROID

O Serviço técnico RUBEROID

RUBEROID A IMPERMEABILIZAÇÃO PERFEITA

REPRESENTANTES EM PORTUGAL E COLÓNIAS

LEACOCK · LISBOA · L.DA AV. 24 DE JULHO, 16 - TEL. 61127/8

Sociedade Metropolitana e Colonial de Construções, L.da

SOMEC

R. da Madalena, 163 — Lisboa Telefone 32795/6

Sondagens

Fundações

Betão armado

Trabalhos marítimos

Túneis

no Continente e Ultramar

FUNDAÇÕES
FRANKI

Execução de
ESTACAS
FORUM
na
Sociedade
Artibus, L.da
AVEIRO

Sociedade Construtora Portuguesa, L.da
P. da Alegria, 20, r/c ✦ Telef. 27456 ✦ LISBOA

Companhia Portuguesa de Fundações e Sondagens, L.da
(FUNSON)

Concessionários das "Patentes François"

Impermeabilização de barragens, depósitos, túneis, etc.
Profundação de poços e perfuração de galerias.
Sondagens a percussão e rotação, captação de águas e furos artesianos.
Estacaria «FRANÇOIS» de betão e injectados.
Análises por métodos geofísicos.
Injecções de argamassa Coloidal «*Colgrout*» e «*Colcrete*»

Calçada do Combro, 32-2.° Dt.° — Telef. 21583 - LISBOA

OFFICINA MECCANICA SANT'ANDREA S. p. A.

NOVARA (Itália)

CONSTRUÇÃO DE MÁQUINAS PARA LÃ PENTEADA

25 ANOS DE EXPERIENCIA

MAIS DE 100 INSTALAÇÕES COMPLETAS EM SERVIÇO NO MUNDO INTEIRO

PENTEAÇÃO:

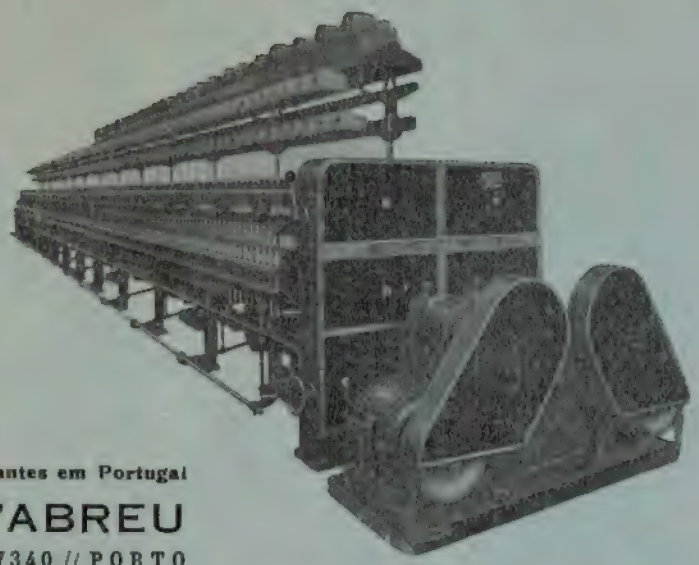
Penteadora, largura de vela m/m 320 e 450 — Intersectings (Intersecções) Gill-Box para a impressão da fita penteada (cardeada), sistema «Vigoureux»

PREPARAÇÃO - TECELAGEM:

Sortidos de preparação — Transformação de antigos sortidos — Continuadores de tecer de vários tipos.

RETORCEDURA:

Sambladoras — Continuadores de retorcer por aneis para todos os texteis.



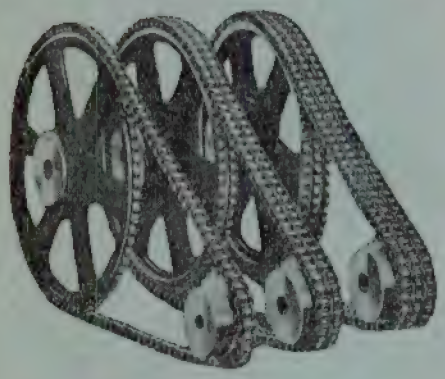
REPRESENTANTES EM: Alemanha, Argentina, Austrália, Bélgica, Brasil, Chile, Dinamarca, Equador, Finlandia, França, Grécia, Holanda, Iraque, México, Noruega, Perú, Portugal, Suécia, Suisa, Estados Unidos, África do Sul, Turquia, Uruguay.

Representantes em Portugal

M. CARVALHO D'ABREU

RUA FORMOSA, 182-A, 2.º // Telef. 2 7340 // PORTO

CORRENTES RENOLD



A transmissão mais prática

ECONOMIA DE ESPAÇO

ECONOMIA DE FORÇA

Transmissão positiva com cerca de 99% de eficiência

Funcionamento suave — Longa duração

HARKER, SUMNER & C.A, L.DA

14, Largo do Corpo Santo, 18 — LISBOA

152, Rua José Falcão, 156 — PORTO

FORNOS ELÉCTRICOS PARA TRATAMENTOS TÉRMICOS

Os fornos BIRLEC são usados extensivamente nas importantes indústrias de máquinas e metais em todo o mundo, permitindo um tratamento térmico preciso, uniforme e económico, incluindo: —

Temperar e revenir ferramentas e peças na grande produção.
Recozer chapas, fita, arame, etc., sem oxidação.
Tratamento de alumínio e ligas leves.
Cementar por carburização, cianidização e nitrificação.
Soldar cobre e prata.
Tratamento térmico de lingotes não-ferrosos para laminagem e extrusão.
Aquecimento por indução a alta frequência para todos os fins.

Fornos especiais, tipo transportador para grandes produções

BIRLEC BIRLEC LIMITED

Agentes:

AHLERS, LINDLEY, L.DA

Rua do Ferregial de Baixo, 33-2.º — LISBOA

Telef. 21321/4

Agentes para os fornos eléctricos de fundição:

GENERAL ELECTRIC PORTUGUESA, S. A. R. L.

Rua do Norte, 5 — LISBOA

Telef. 28135/6

Instalações completas de Relógios Eléctricos com ou sem sinalização. Máxima precisão

Relógios-Mãe, Relógios secundários para interior e exterior, Relógios de ponto, Etc..

Representante geral: BORSARI & MEIER S. A. — Zurich, Suissa

Pedidos de orçamentos ao seu agente para Portugal Continental e Ultramarino

J. A. BENITO GARCIA

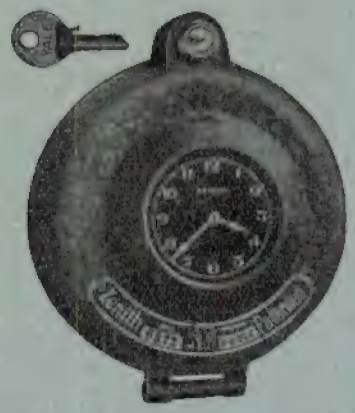
RUA DA MADALENA, 46, 2.º — LISBOA ✦ Telef. 22948/27338

RELÓGIOS DE CONTROLE PARA TODOS OS FINS

Utilizáveis em

- Veículos de carga
- autocarros
- máquinas de todos os tipos
- tractores
- serviço de ronda
- locomotivas
- serviços públicos

Etc.



Algumas vantagens:

Maior rendimento pelo perfeito controle — análise dos processos de trabalho — segurança nos cálculos de preços de custo — exactidão nas desvalorizações de máquinas e veiculos.

SEM controle Zenith: – 61 % (4 h 56 m) de trabalho útil numa jornada de 8 horas.

COM controle Zenith: – 92 % (7 h 17 m) de rendimento para o mesmo trabalho em 8 horas.

FABRIQUES DES MONTRES ZENITH — LE LOCLE (SUISSE)

APARELHOS DE MEDIDA

CHAUVIN ARNOUX & C.IE

TINTAS E VERNIZES

BITULAC, L.TD

CARVÕES DE ARCO PARA CINEMA
E FOTOGRAVURA

S.TE LE CARBONE LORRAINE

ELECTRODOS E TODOS OS ACESSÓRIOS
PARA SOLDADURA ELECTRICA

ARCOS

CONSULTAR:

J. ROMA, L.DA

PRAÇA DA FIGUEIRA, 12 — LISBOA

Telefone 3 3133

ELECTRO-ARCO
LIMITADA

ELECTRODIOS
POSTOS E ACESSORIOS
PARA A SOLDADURA ELECTRICA

MATERIAL APROVADO PELO
LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING

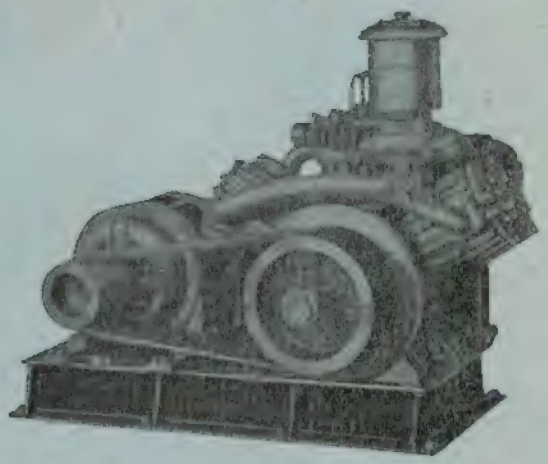
FÁBRICA E LABORATÓRIOS
VENDA NOVA — AMADORA
LISBOA
RUA SILVA CARVALHO, 239 — TEL 63649
PORTO
RUA DO BOLHÃO, 216 — TEL 21277

INGERSOLL—RAND, L.DA

Compressores — Material para minas
Ferramentas Pneumáticas
Bombas centrífugas — Guinchos eléctricos e a ar comprimido
Condensadores de vapor — Motores «Diesel»
Equipamentos de refrigeração

Largo do Corpo Santo, 28-2.°
LISBOA

Telef. 2 3212 / 2 9671 Teleg. INGERSOLL



Nas Colónias
METROCOL, LDA.
LUANDA

Para equipamento de garagem
C. SANTOS, LDA.
LISBOA PORTO COIMBRA

Companhia Portuguesa de Fornos Eléctricos

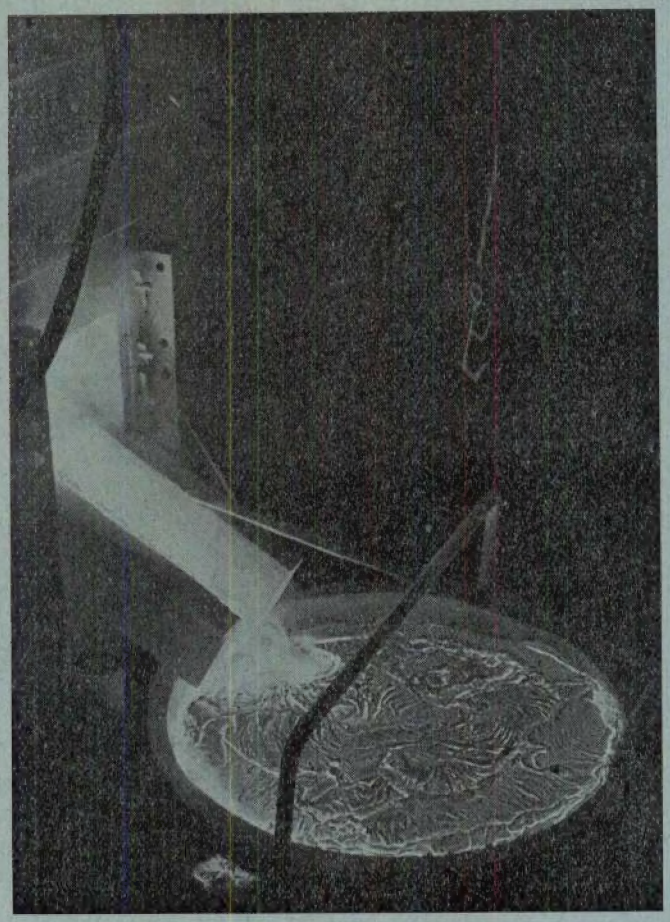
S. A. R. L.

FÁBRICA DE CARBONETO DE CÁLCIO E FERRO-LIGAS

Carboneto de Cálcio, Ferro, Ferro-Silício, Ferro-Manganês e Estanho

FÁBRICA DE CIANAMIDA CÁLCICA

(Em construção)



Instalações Fabris

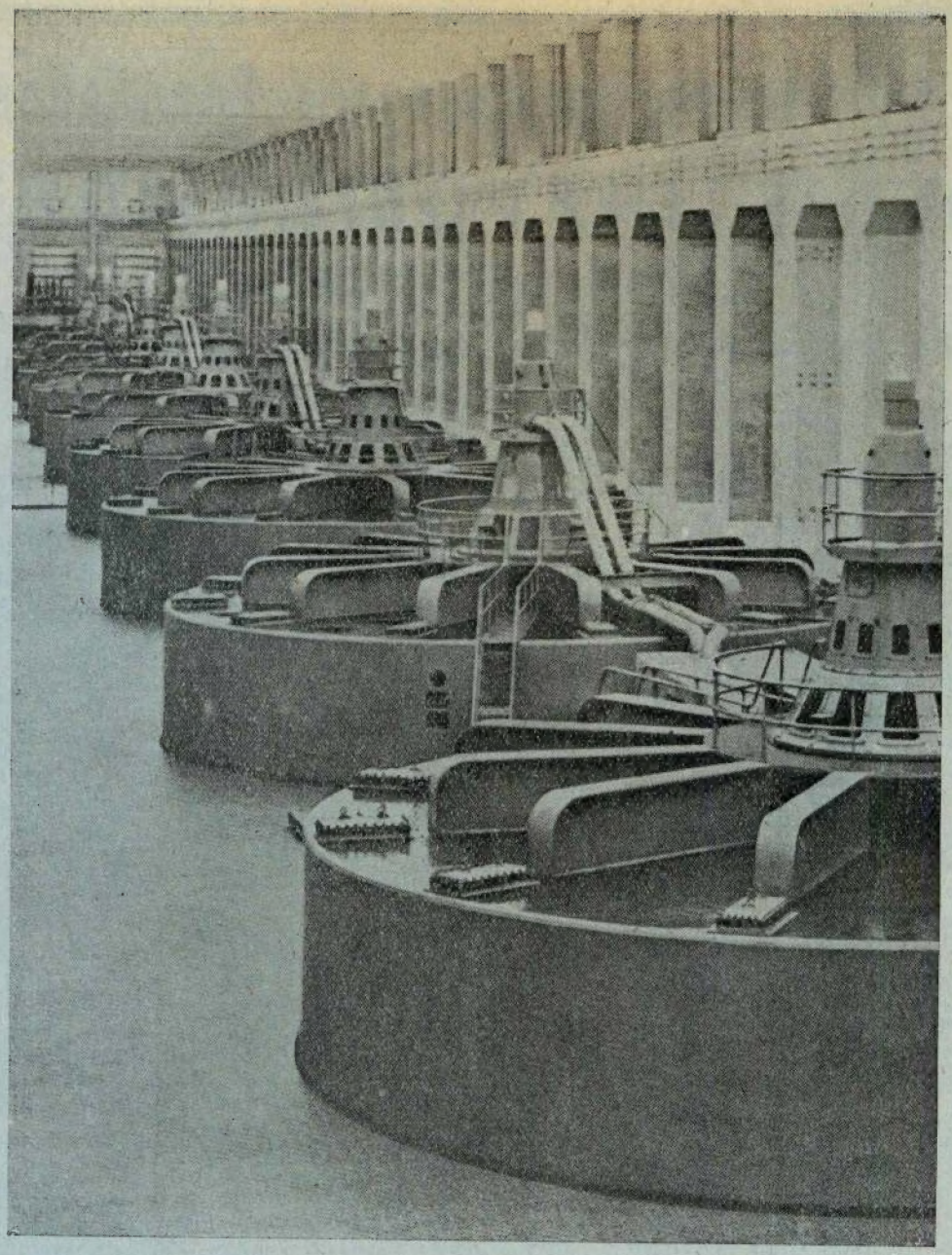
Canas de Senhorim

Telef. 6 7222

Sede — Lisboa

Largo do Directório, 4, 2.º

Telef. 2 5343



A GENERAL ELECTRIC NO CAMPO DA PRODUÇÃO DE ENERGIA ELÉCTRICA

Central Hidro-Eléctrica contendo 10 grupos com alternadores verticais GENERAL ELECTRIC de 60 000 KVA, cada, instalada na barragem de Bonneville, no Rio Columbia, Estado de Oregon, E. U. A.

GENERAL ELECTRIC

Portuguesa, S. A. R. L.

LISBOA

Rua do Norte, 5

FILIAL NO PORTO

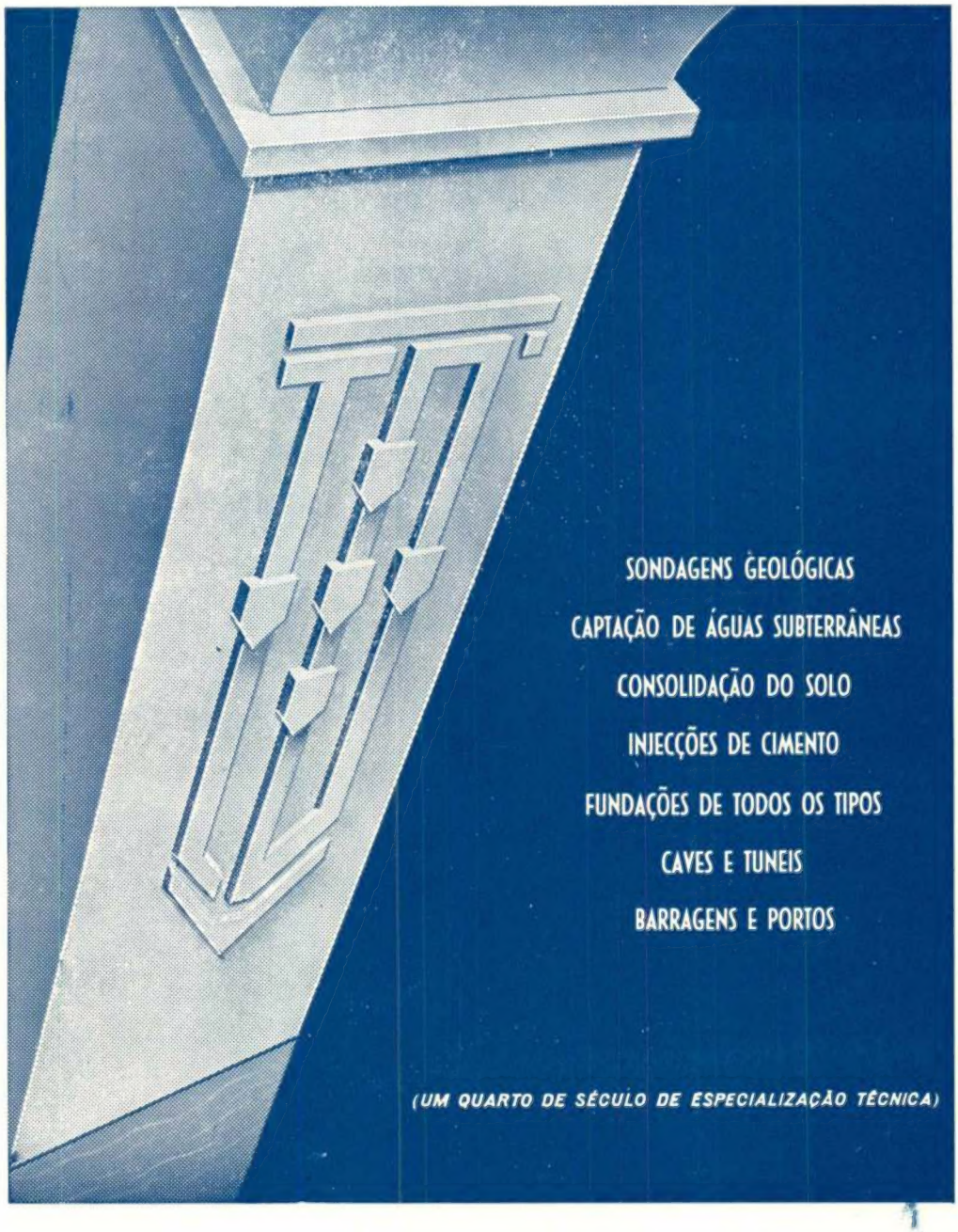
R. Sá da Bandeira, 585

Emprêsa de Sondagens e Fundações

TEIXEIRA DUARTE, L.DA

RUA DA BETESGA, 57. 3.°
TELEF. 3 2774

LISBOA



SOCIEDADE ANÓNIMA

BROWN, BOVERI & CIE.

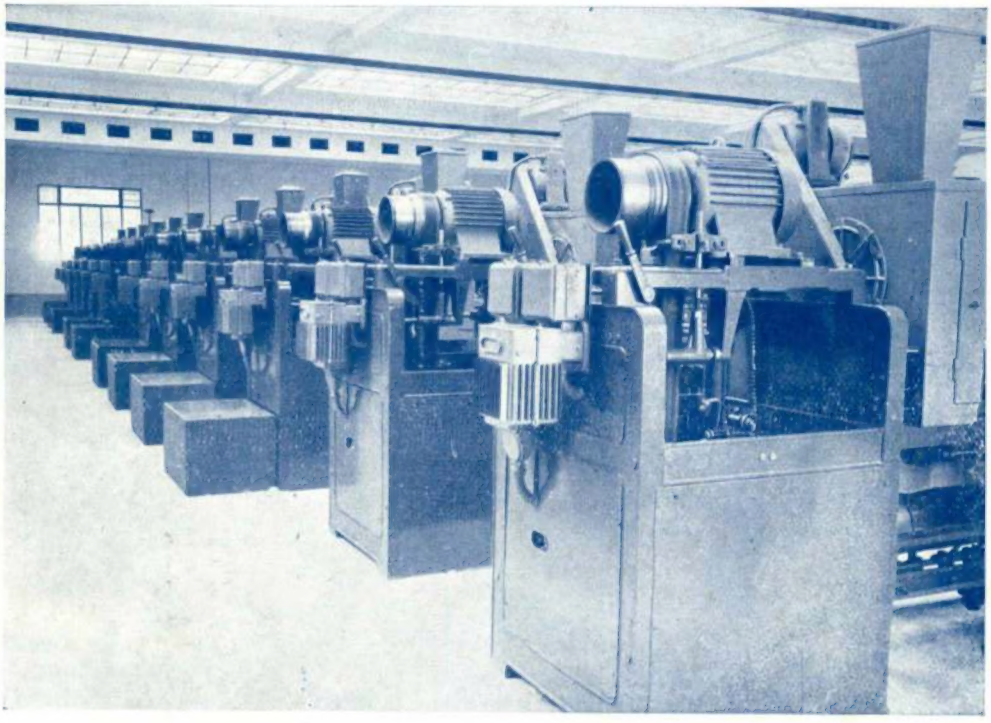
BADEN (SUISSA)

Representante geral para Portugal e Colónias:

EDOUARD DALPHIN

Escritório Técnico: Praça de D. João I, 25, 3.º Dir. // PORTO // Tel. 2411

Máquinas eléctricas, transformadores, mutadores, aparelhos para alta e baixa tensão. Montagem completa de centrais termo e hidro-eléctricas. Electrificação de fábricas e de caminho de ferro. Locomotivas, e auto-motoras eléctricas e Diesel-eléctricas. Máquinas de extracção. Turbinas a vapor. Geradores de vapor Velox. Máquinas frigoríficas. Grupos e transformadores para a soldadura pelo arco. Fornos eléctricos. Comandos eléctricos especiais para tôdas as máquinas utilizadas nas Fábricas de Fiação, Tecelagem, Acabamentos, Estamparia, Cimento, Moagem, Material de alta frequência, Telegrafia, Telefonia, Telecomando, etc.



Accionamento de contínuos de fiar algodão, com motores de rotor em curto-circuito e arranque especialmente suave, na Fábrica de Mindelo